



数学月間懇話会
複素数を計測する
－MRIの画像再構成－

杏林大学 保健学部 診療放射線技術学科

橋本 雄幸



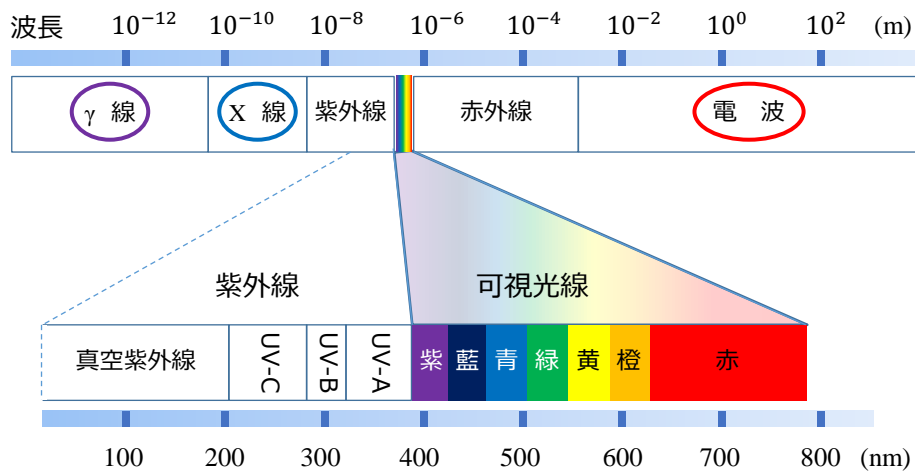
本日の内容

- MRI（磁気共鳴映像法）の概要
- NMR現象
- 励起と緩和
- イメージングの原理
- k 空間（周波数空間）と再構成



電磁波と医用画像

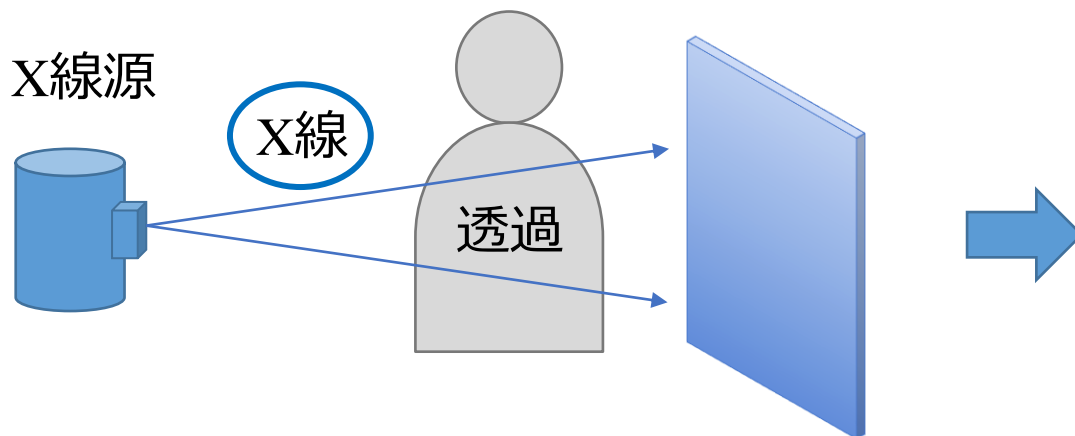
電磁波の種類と波長



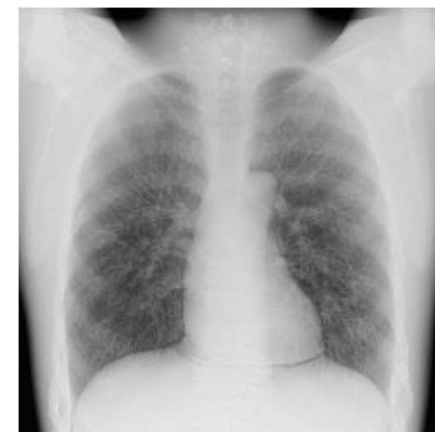
可視光線



X線検出器

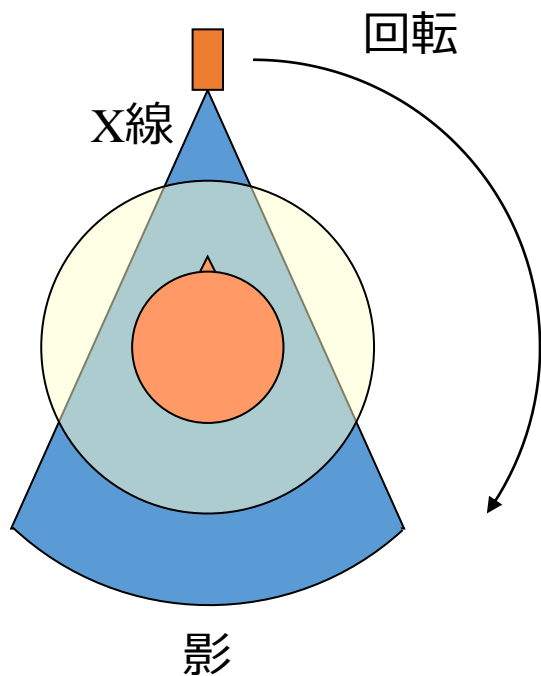


レントゲン写真



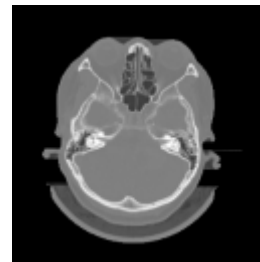
X線CT

- X線撮影とコンピュータを使って、断面の画像を作成する診断装置
- 基本的な形態の診断に使われる



→
コンピュータで
計算する

頭部CT画像

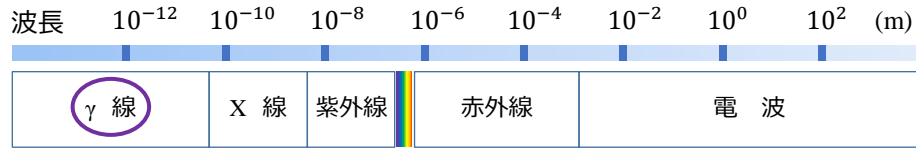


胸部CT画像

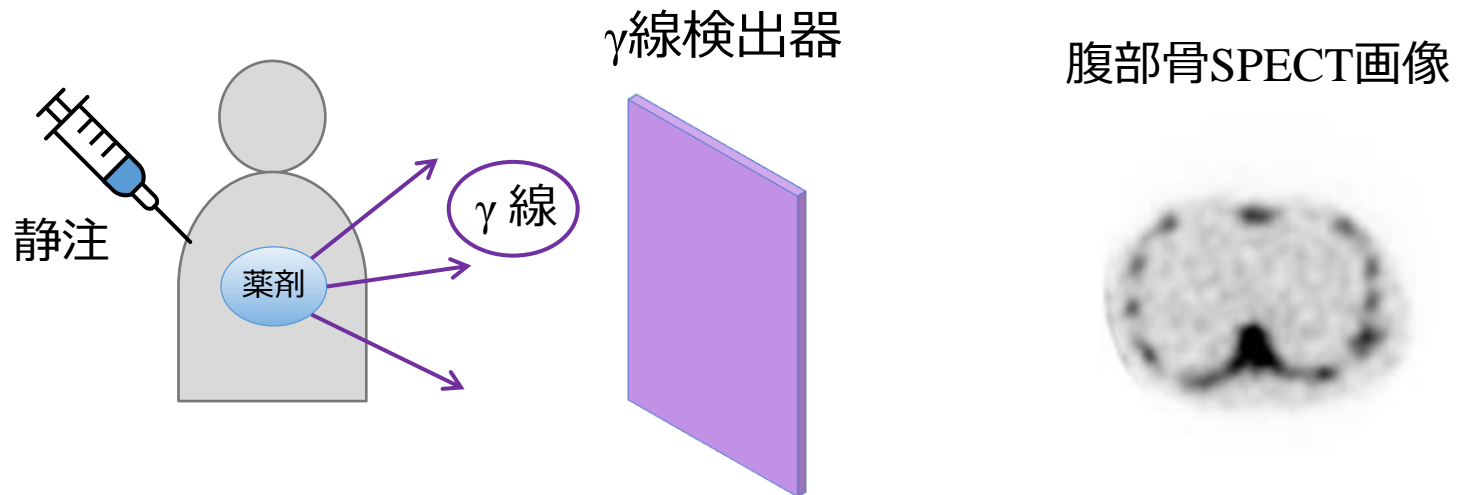




核医学画像診断



- 体内にγ線を放出する薬剤を静注する
- 体内から放出されたγ線を検出し，画像化する
- 機能画像（動きが分かる画像）が得られる



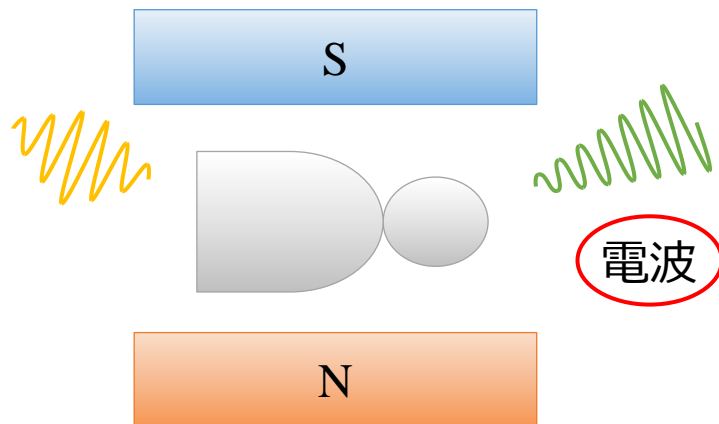


MRI (磁気共鳴映像法)

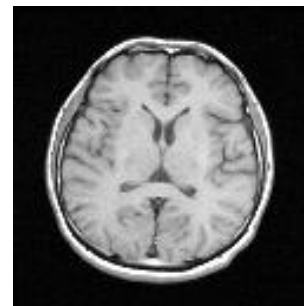


- 磁石と電波 (ラジオ波) を使って人体内部の断面を撮影する診断装置

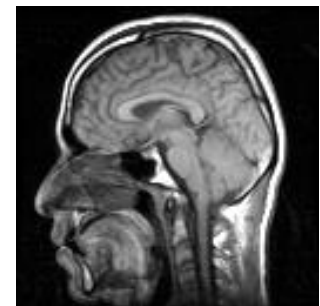
磁石 (常伝導 or 超伝導)



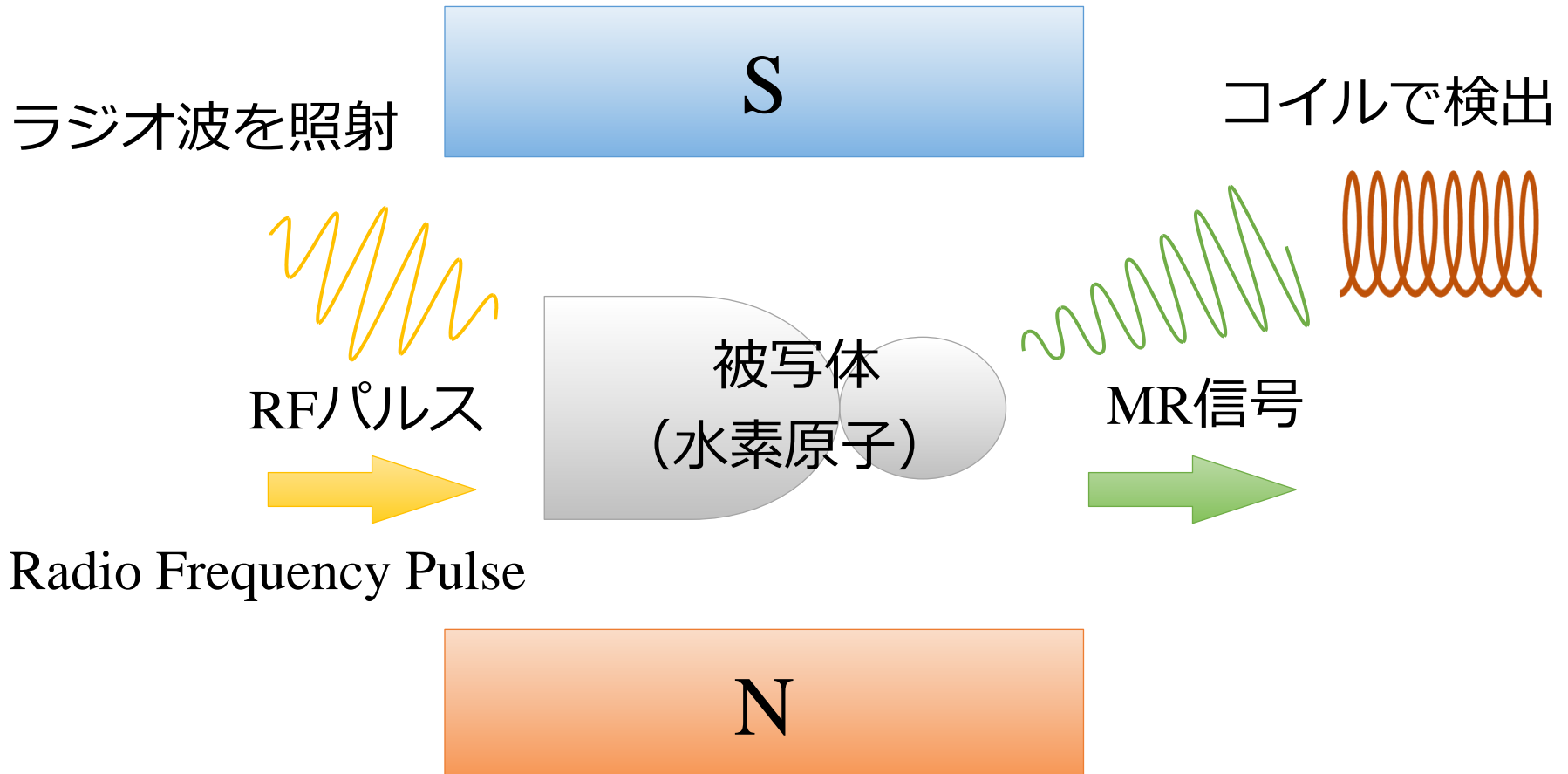
頭部MRI画像
(横断面)



頭部MRI画像
(矢状断面)



NMR信号発生 の概要



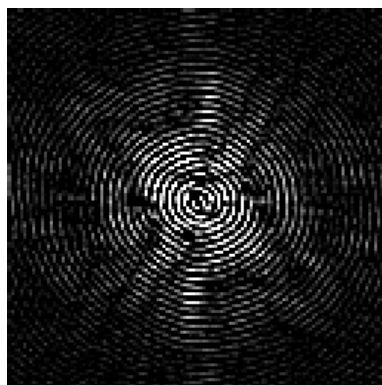
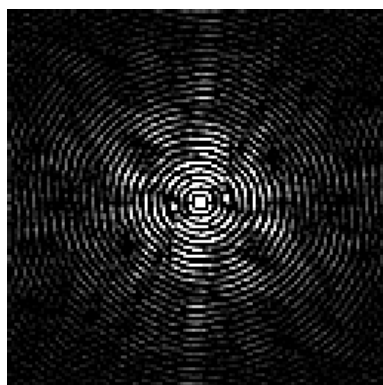


MR信号を計測 (k空間 ; 周波数空間)

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2\pi i (ux + vy)} dx dy$$

オイラーの公式 ($e^{ix} = \cos x + i \sin x$)

複素数の周波数空間を計測する



→
フーリエ逆変換



実部の計測データ

虚部の計測データ

再構成画像

複素数

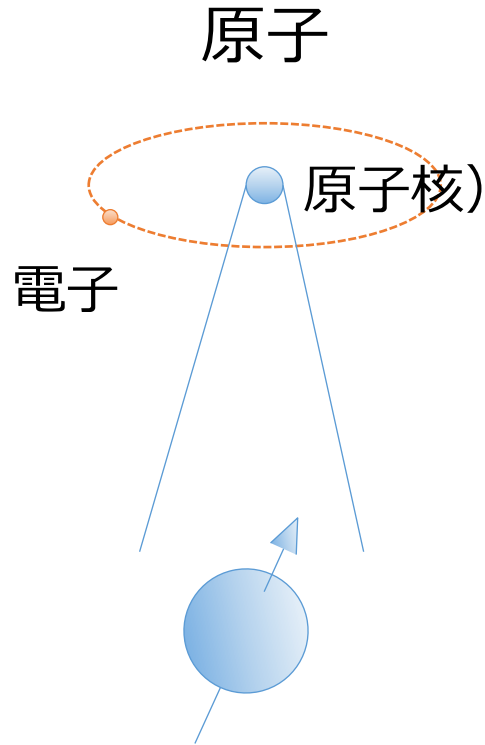


本日の内容

- MRI（磁気共鳴映像法）の概要
- NMR現象
- 励起と緩和
- イメージングの原理
- k 空間（周波数空間）と再構成



原子核のスピン



スピンを持つ
原子核がある

核種	スピン	感度の比	磁気回転比 γ (MHz/T)
^1H	1/2	1.000	42.58
^{13}C	1/2	0.016	10.71
^{19}F	1/2	0.870	40.05
^{31}P	1/2	0.093	11.26

(NHK FMラジオ : 82.5MHz)

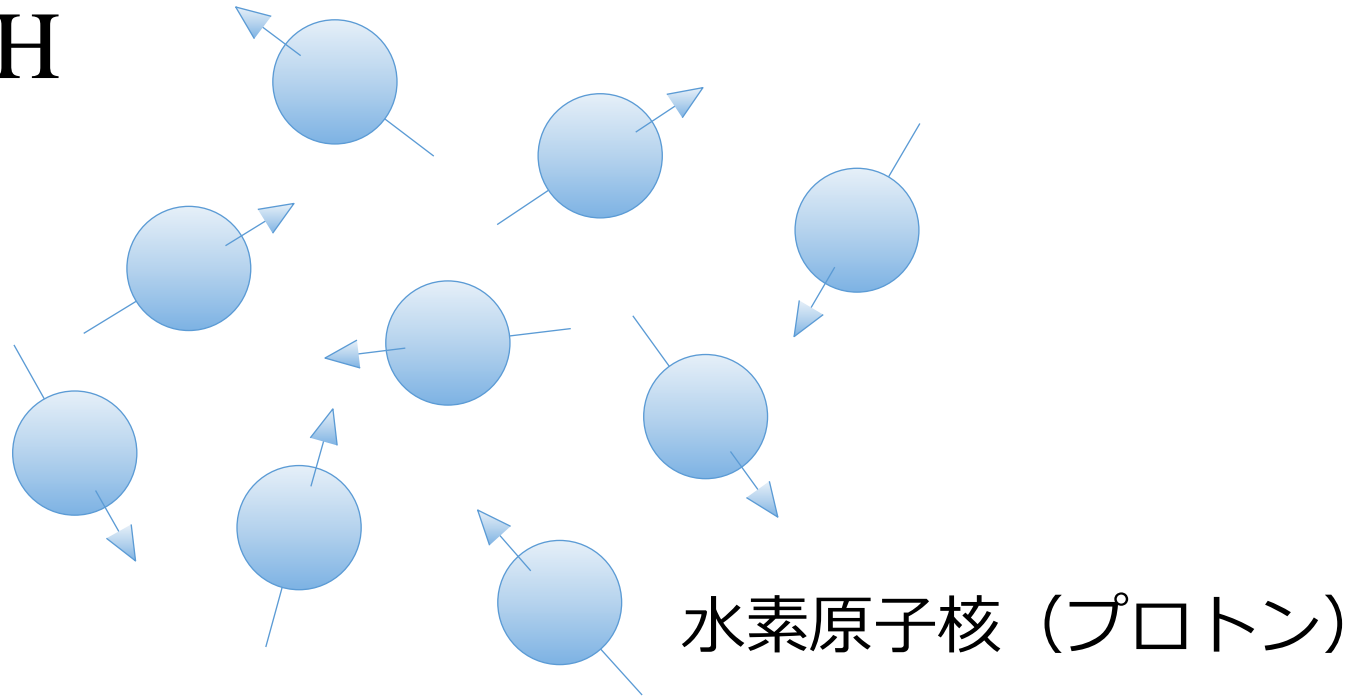
角周波数 $\omega_0 = \gamma B_0$ 静磁場

$$\gamma = \frac{\gamma}{2\pi}$$



プロトンの通常のスピンの状態

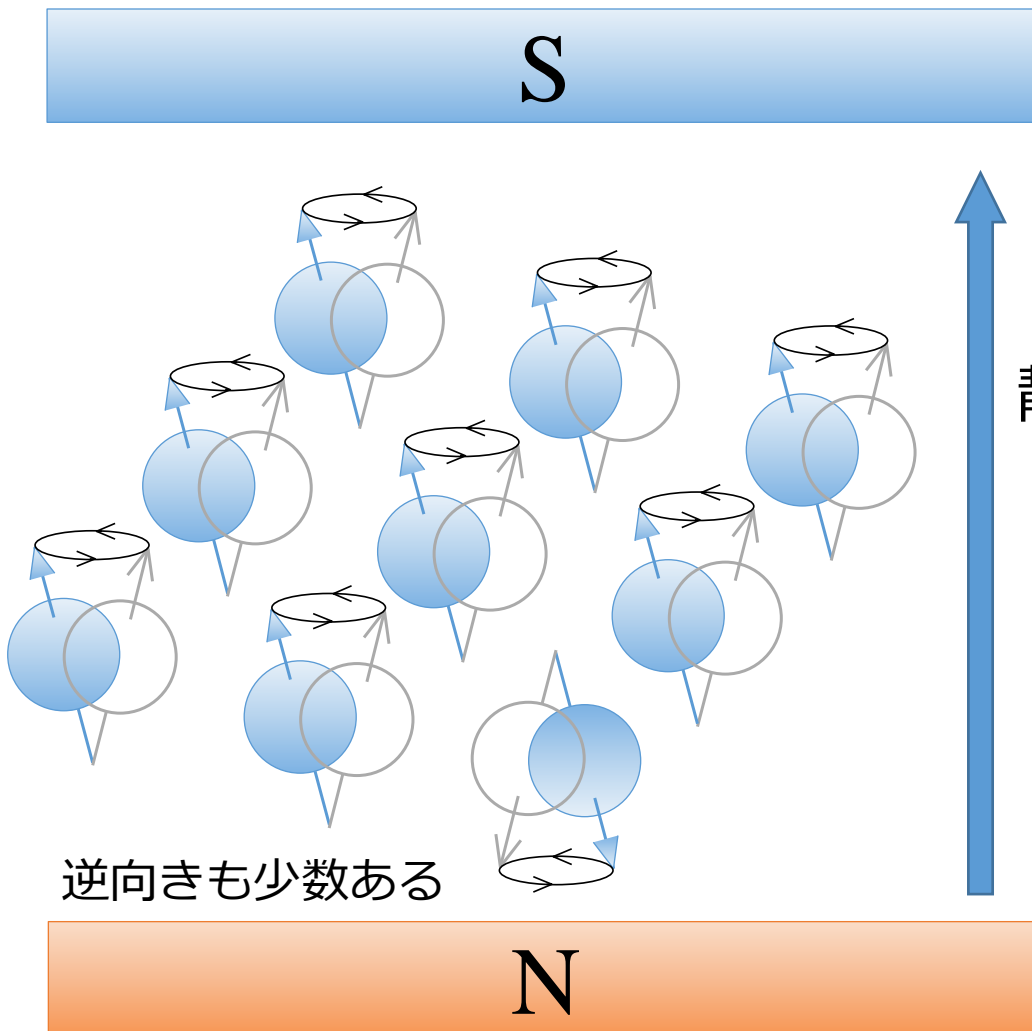
^1H



スピンは様々な方向を向いている



静磁場中のスピン状態



ラーモア周波数

$$\omega_0 = \gamma B_0$$

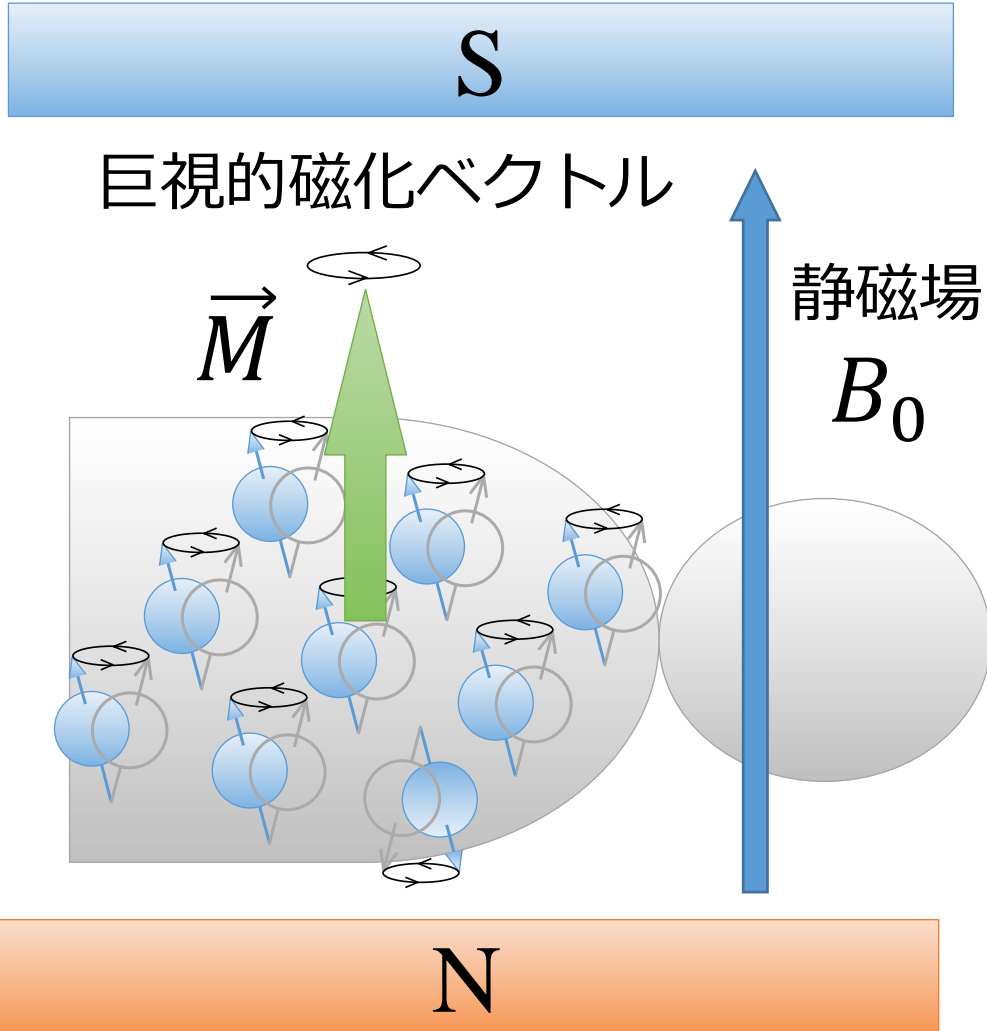
静磁場
 B_0



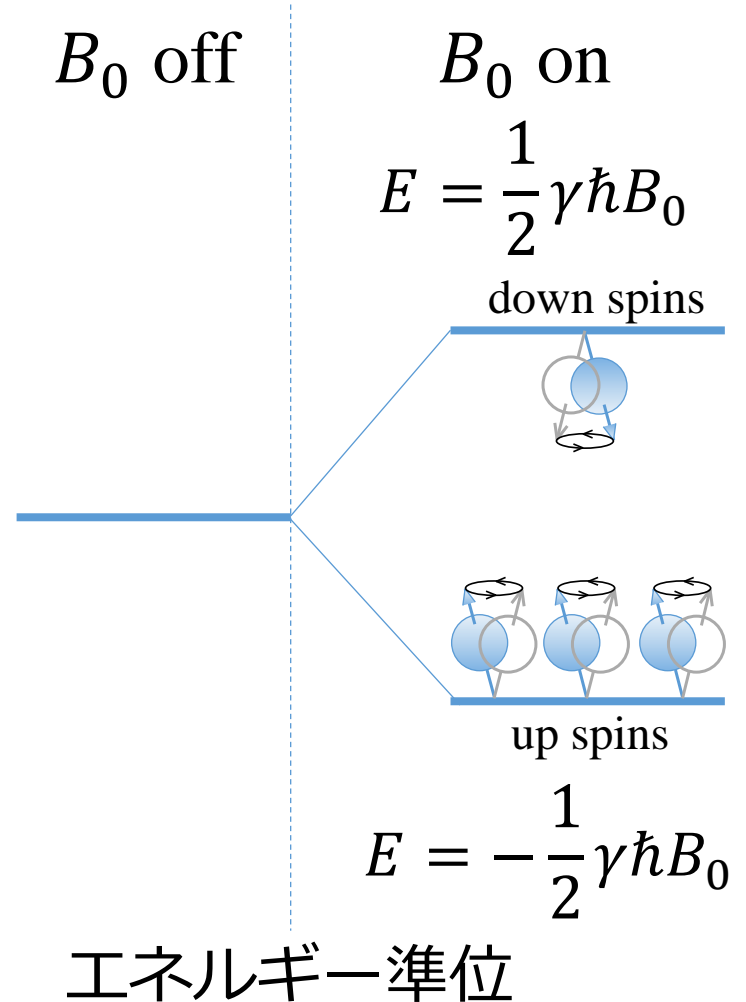
コマと同様に歳差運動をしていると見なせる



巨視的磁化ベクトル



ゼーマン効果





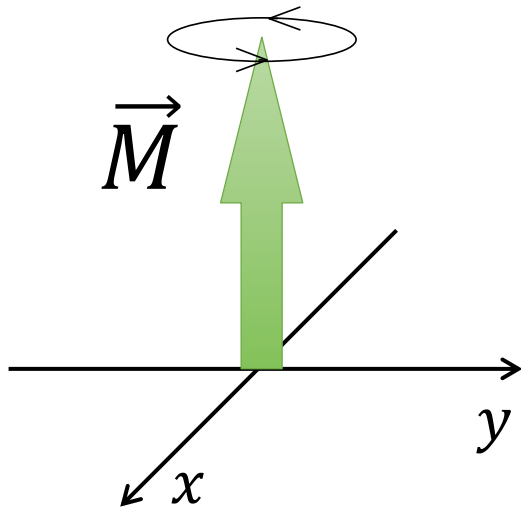
本日の内容

- MRI（磁気共鳴映像法）の概要
- NMR現象
- 励起と緩和
- イメージングの原理
- k 空間（周波数空間）と再構成



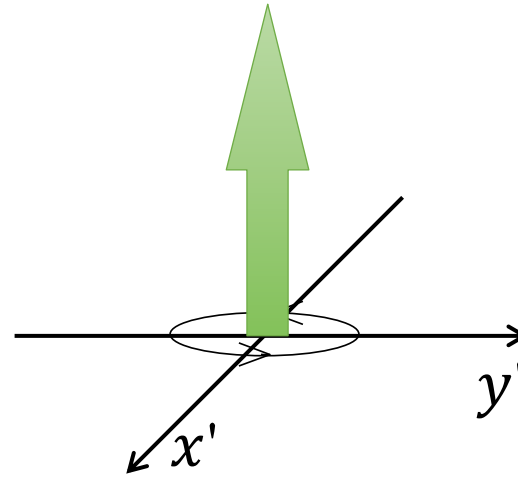
回転座標系

$$\omega_0 = \gamma B_0$$



固定座標系

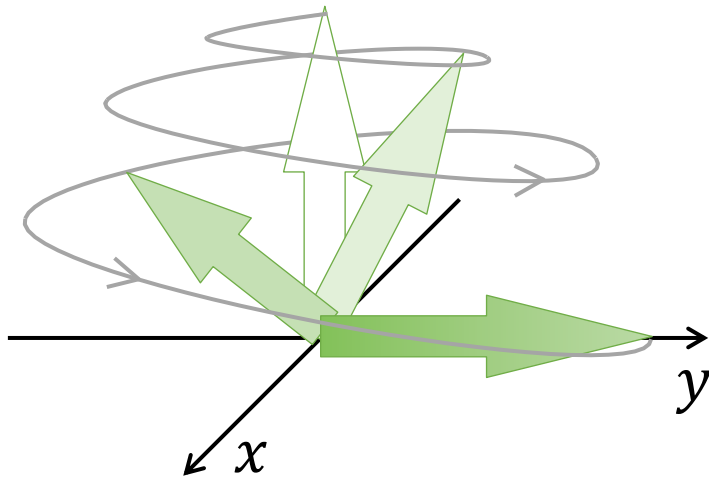
巨視的磁化ベクトルが
静止する



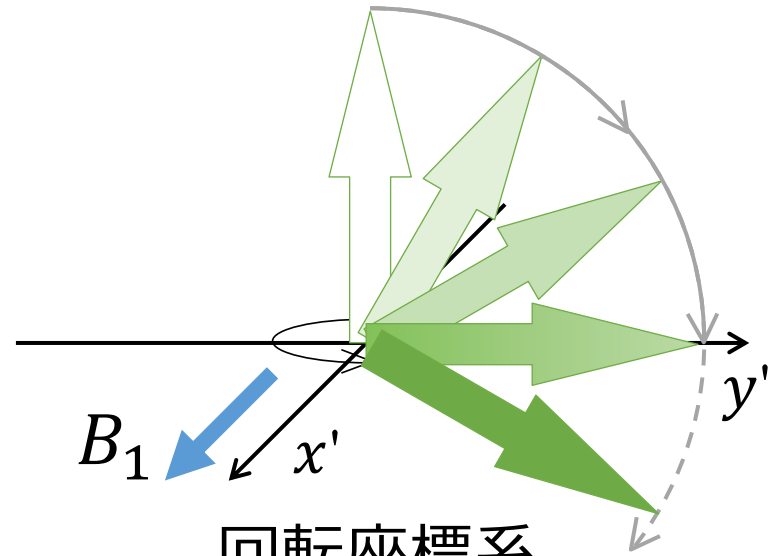
回転座標系

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega_0 t & \sin \omega_0 t \\ -\sin \omega_0 t & \cos \omega_0 t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

RFパルスの照射 (B_1 磁場の印加)



固定座標系



回転座標系

$$\begin{cases} B_{1x}(t) = B_1^e(t) \cos(\omega_0 t) \\ B_{1y}(t) = -B_1^e(t) \sin(\omega_0 t) \end{cases}$$

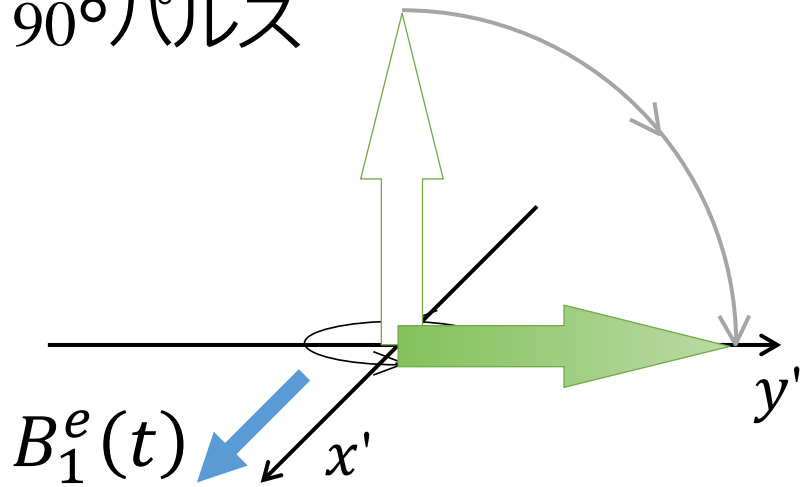
ω_0 の角周波数で印加する

$B_1^e(t)$: B_1 磁場の変化

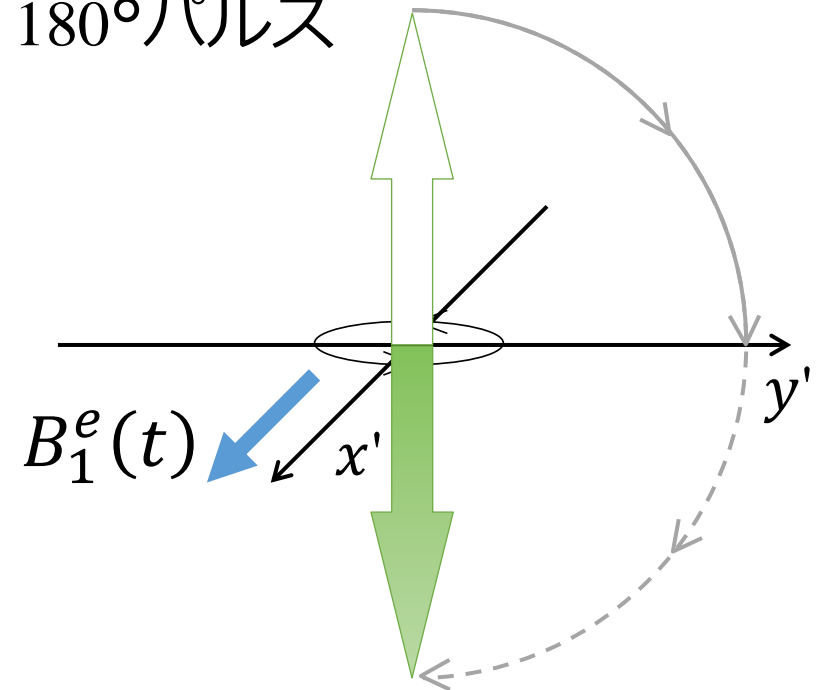


90°パルスと180°パルス (回転座標系)

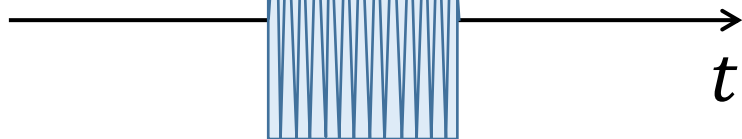
90°パルス



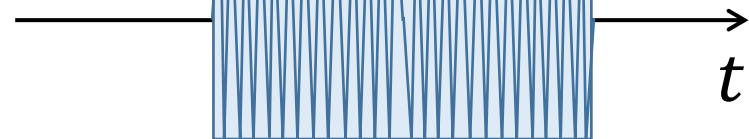
180°パルス



$B_1^e(t)$ 90°で止める



$B_1^e(t)$ 180°で止める

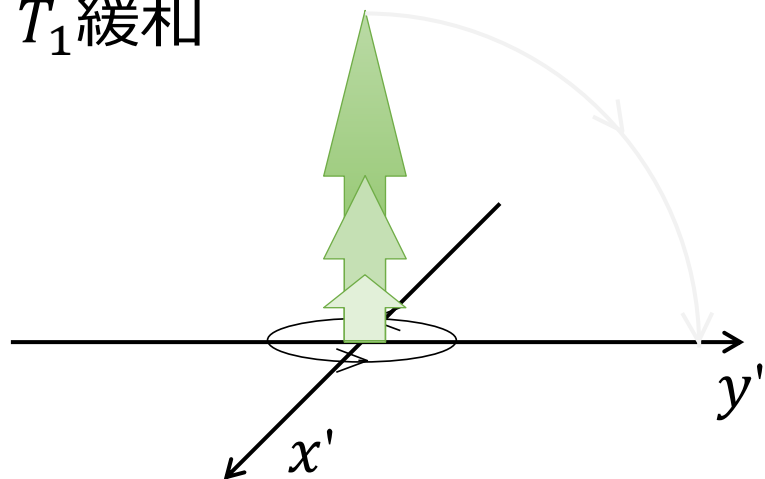




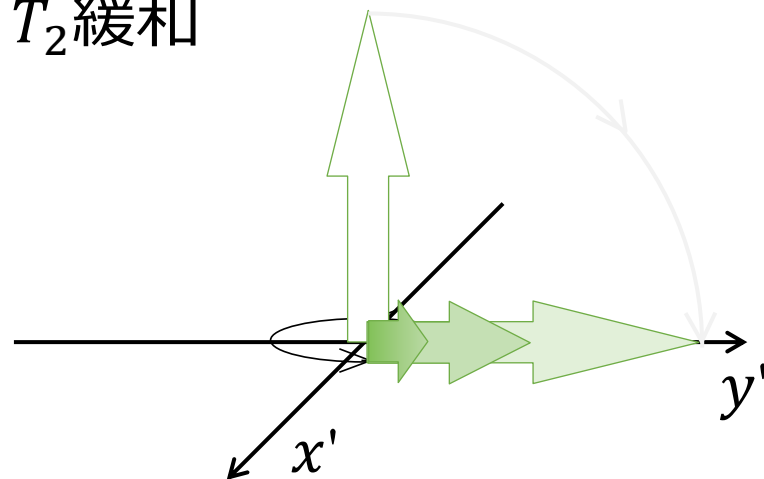
T_1 緩和（縦緩和）と T_2 緩和（横緩和）

※ T_1, T_2 の値は組織に特有

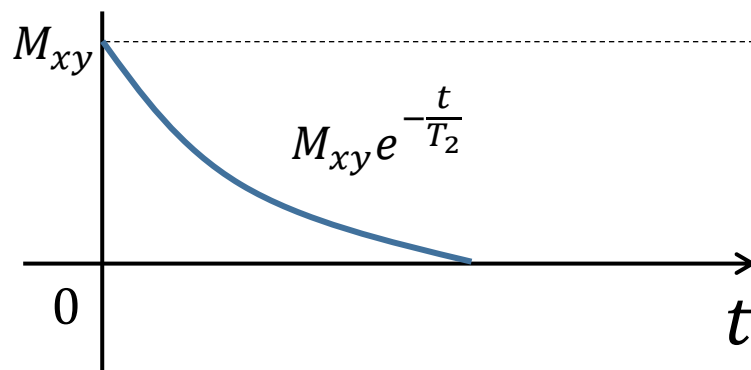
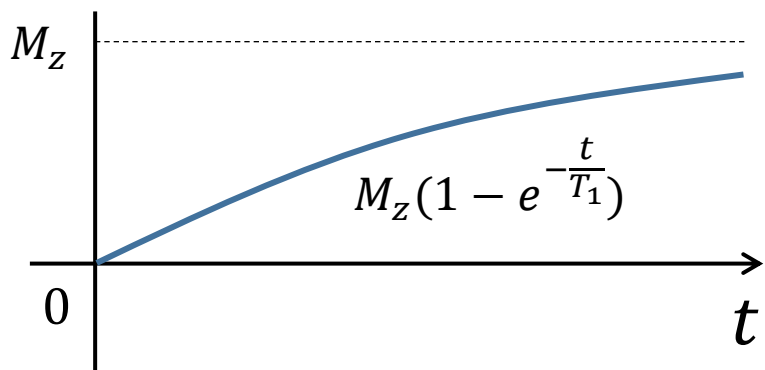
T_1 緩和



T_2 緩和



$$T_1 > T_2$$

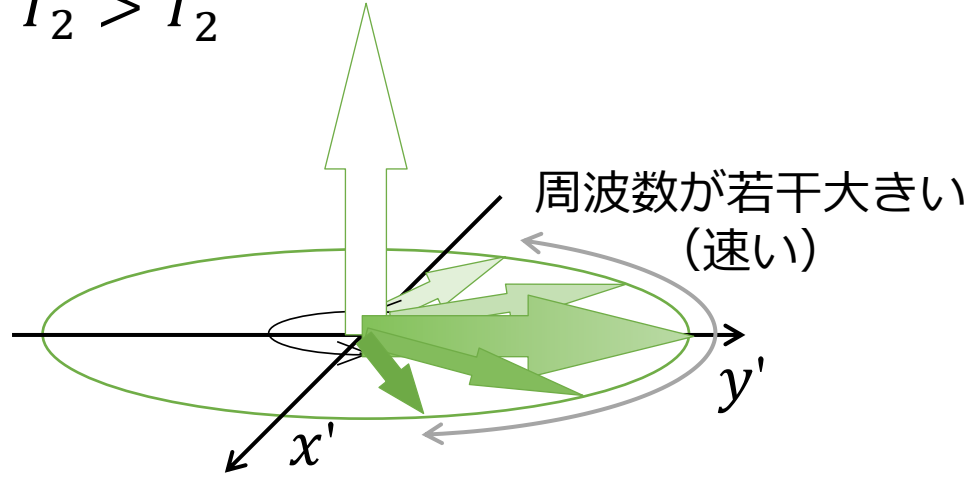
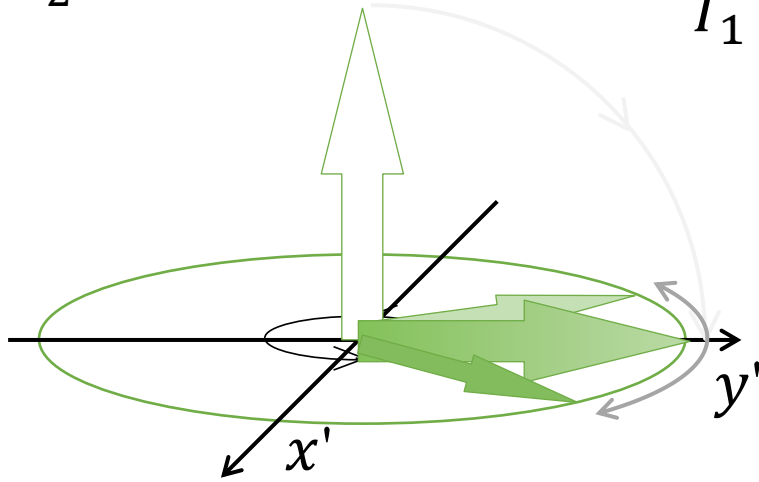




T_2^* 緩和と自由誘導減衰

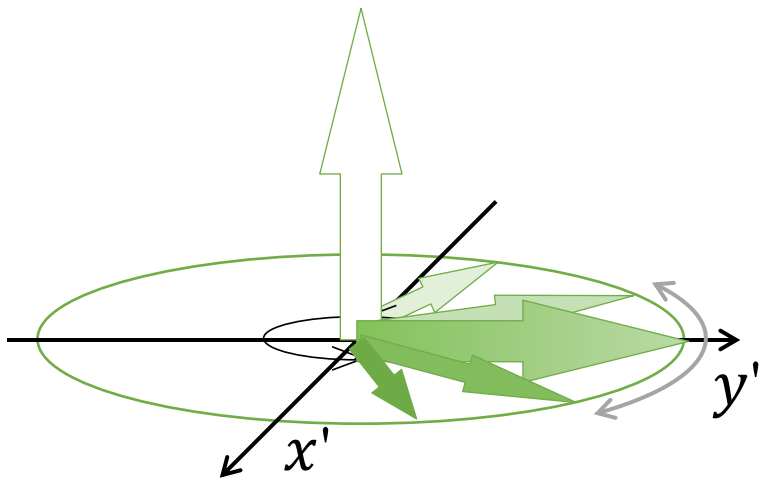
T_2^* 緩和

$$T_1 > T_2 > T_2^*$$

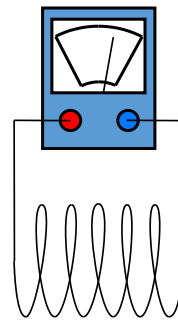


周波数が若干大きい
(速い)

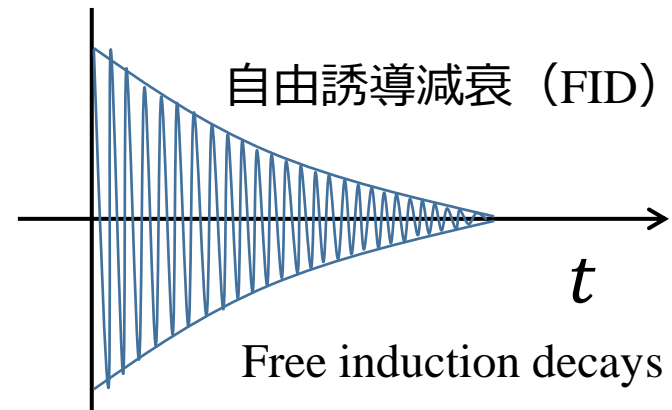
周波数が若干小さい
(遅い)



計測



$\omega_0 t$



自由誘導減衰 (FID)

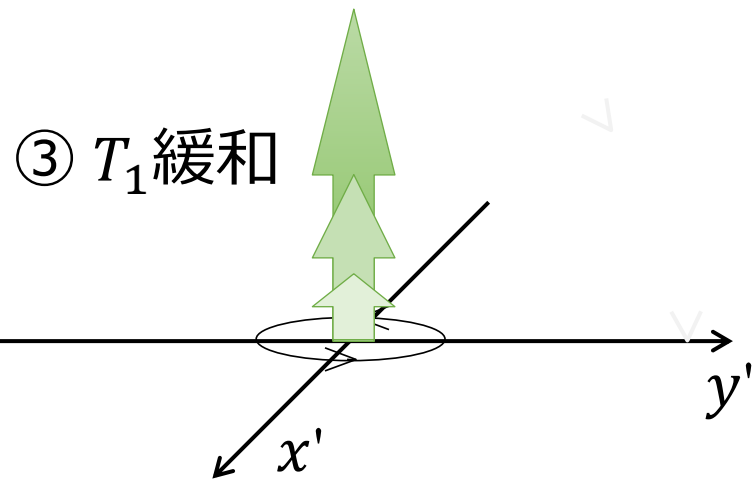
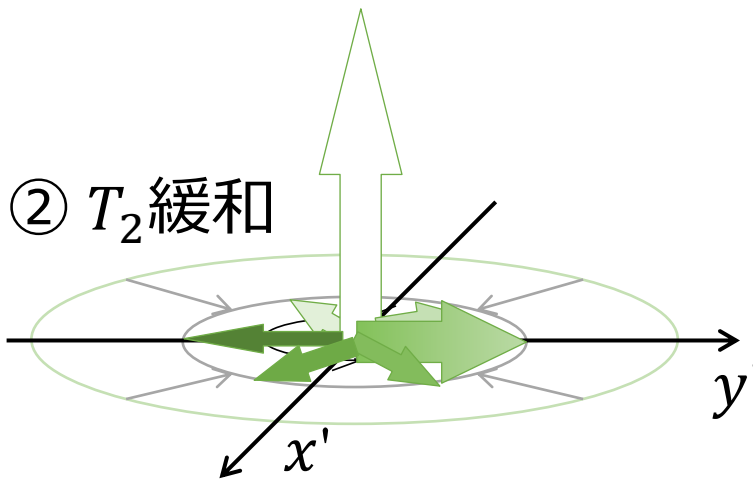
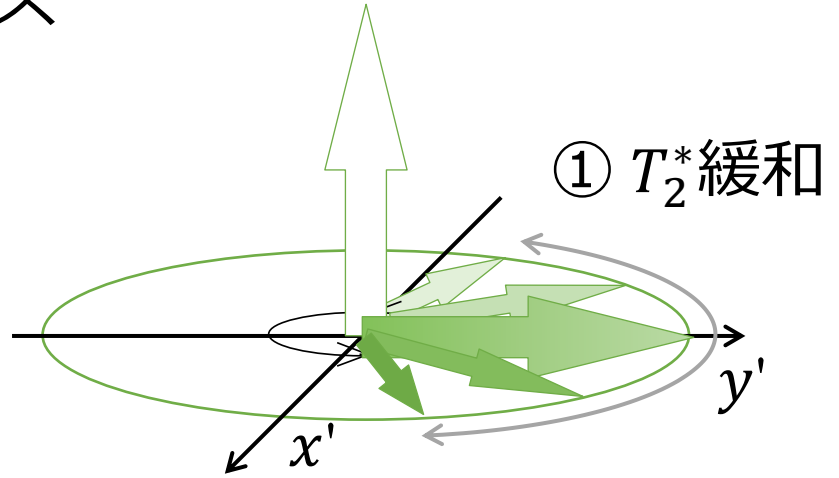
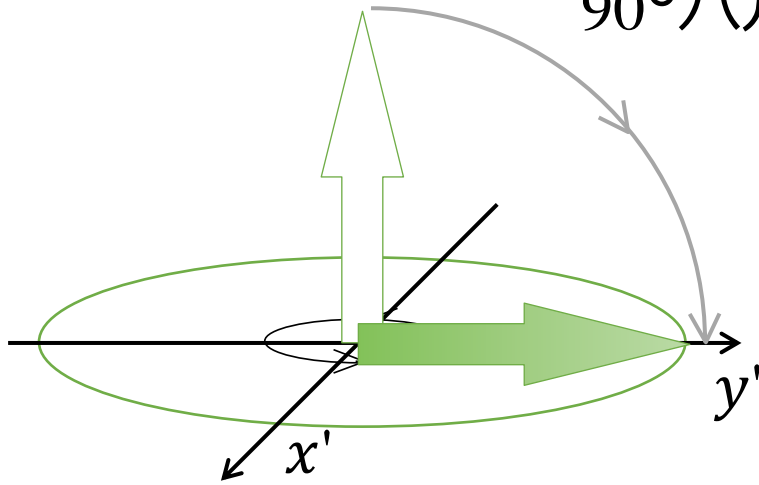
Free induction decays



緩和のイメージ

$$T_1 > T_2 > T_2^*$$

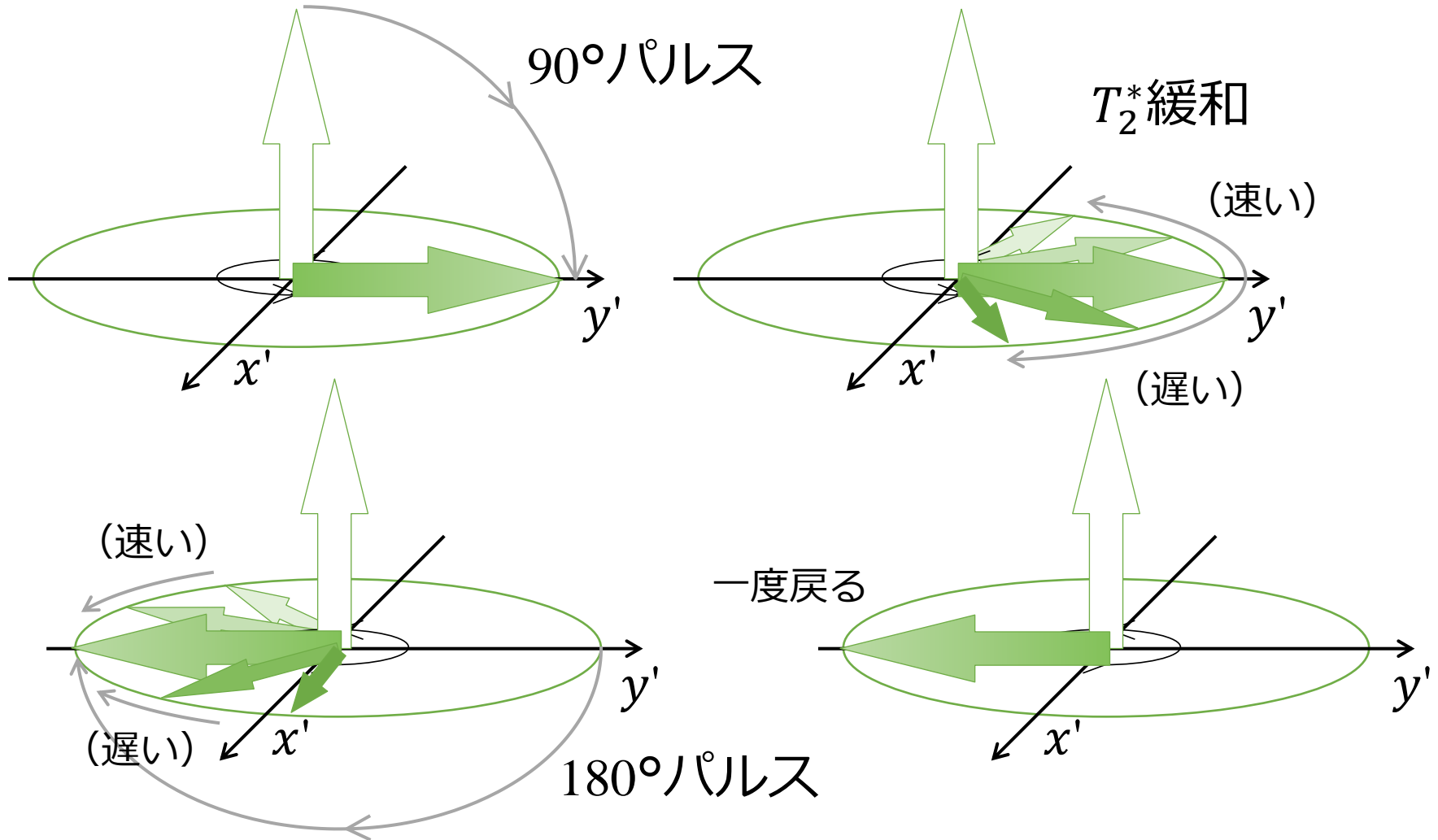
90°パルス





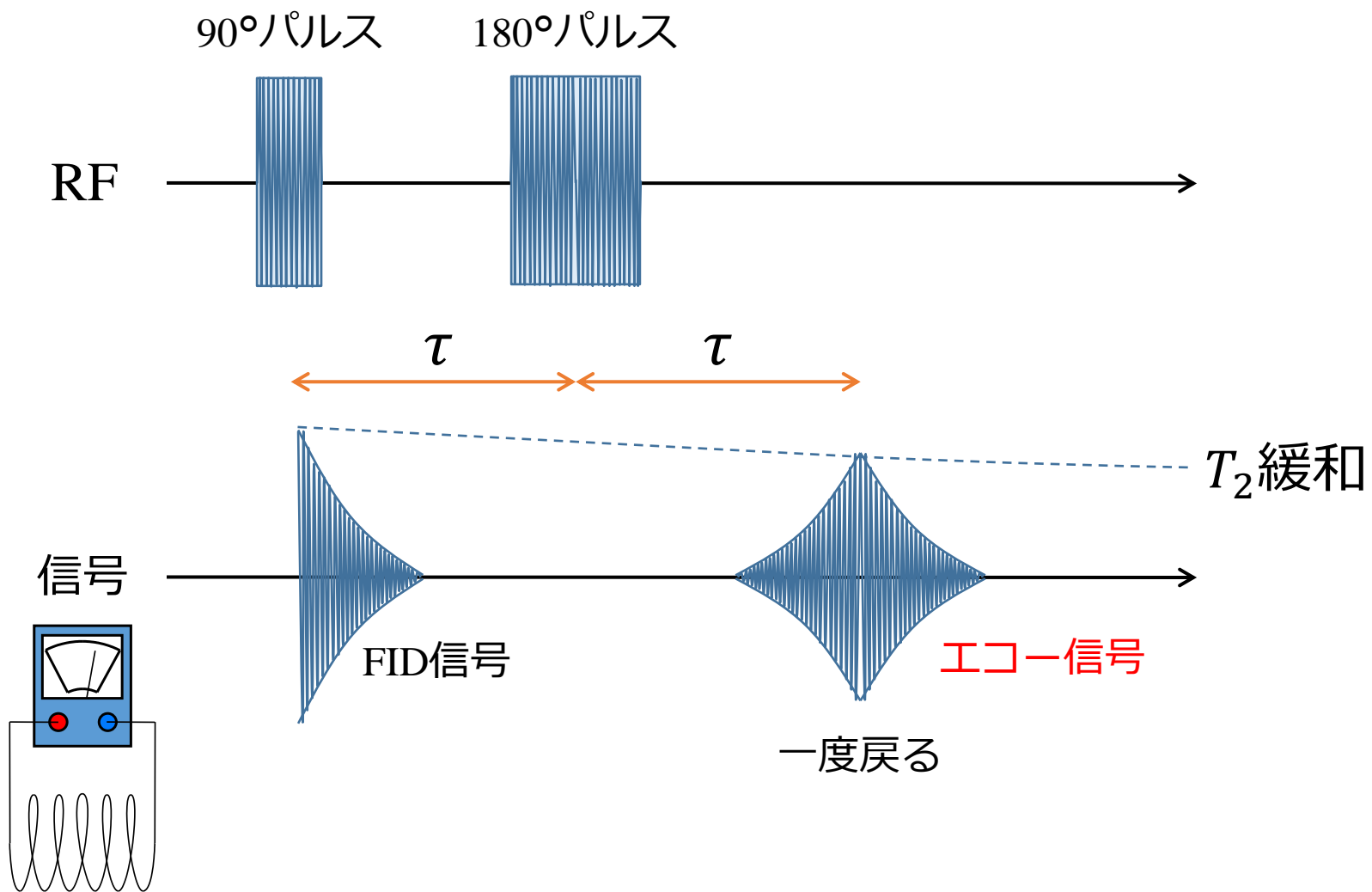
RFエコーの原理

90°パルス後に180°パルスを印加する





エコー信号



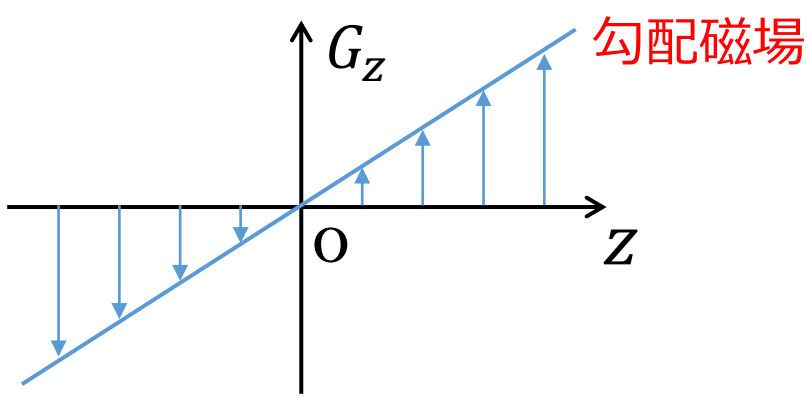
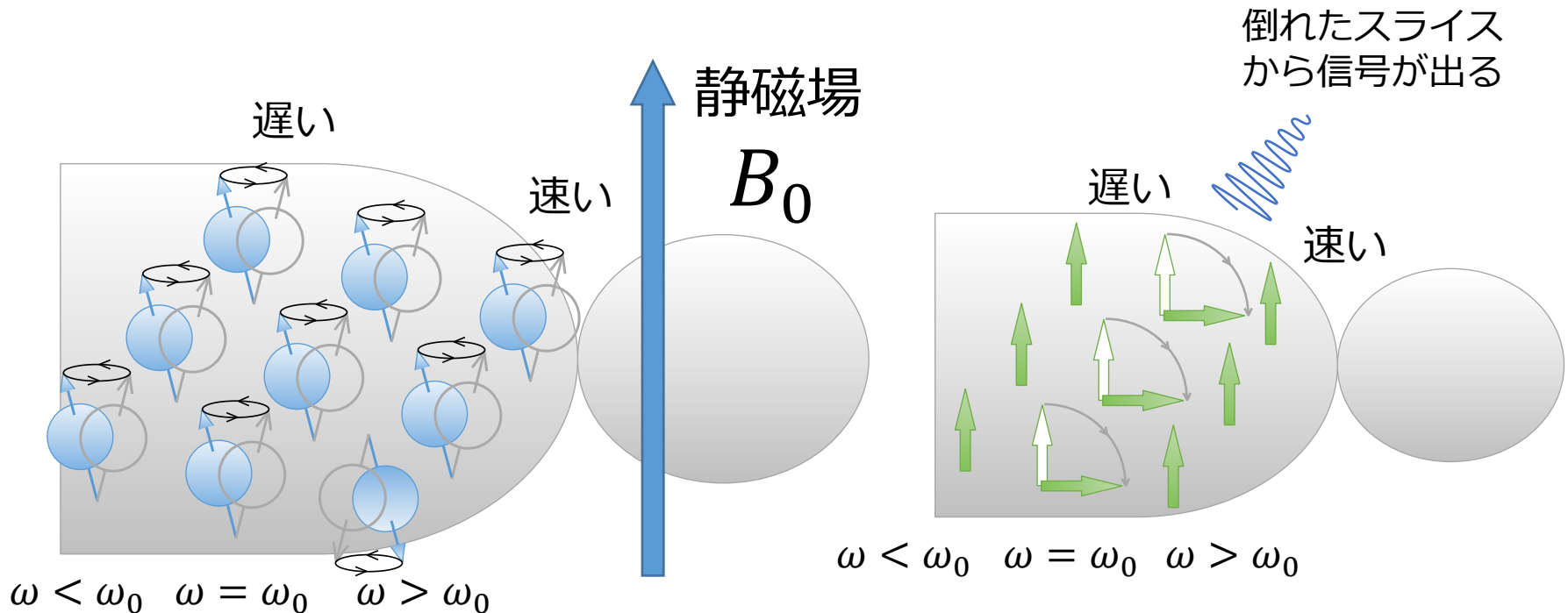


本日の内容

- MRI（磁気共鳴映像法）の概要
- NMR現象
- 励起と緩和
- イメージングの原理
- k 空間（周波数空間）と再構成



スライス選択



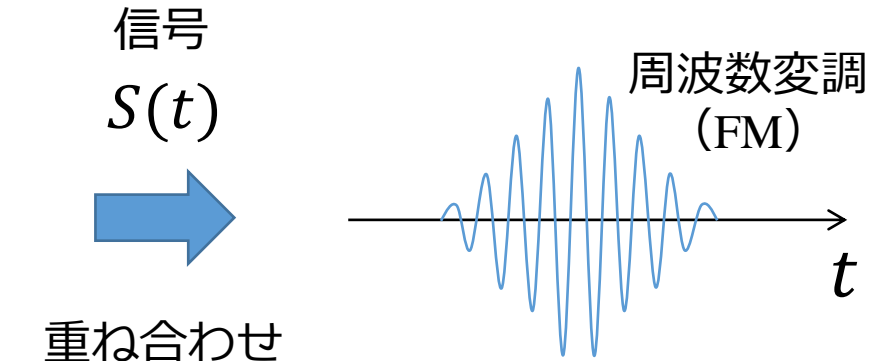
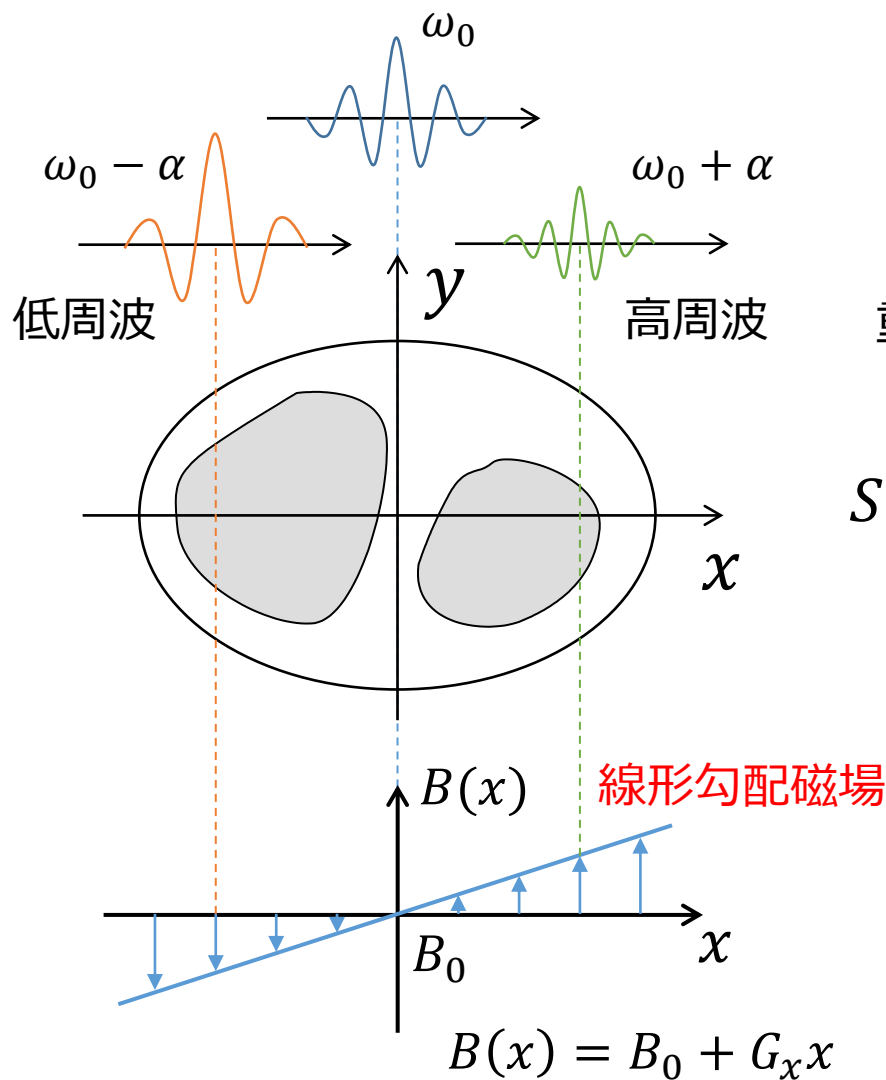
B_0 に勾配磁場 G_z を追加して
 ω_0 の90°パルスを印加



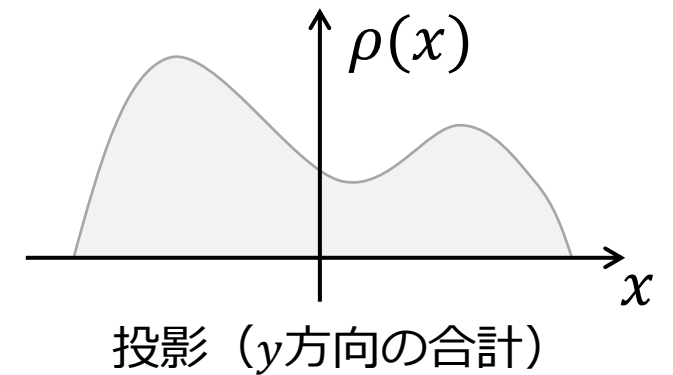
$\omega = \omega_0$ の共鳴したところだけ倒れる
 (スライス選択)



空間情報のコード化



$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) e^{-i\gamma(B_0 + G_x x)t} dx$$





復調 (demodulation)

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) e^{-i\gamma(B_0 + G_x x)t} dx$$

$$S(t) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) e^{-i\gamma G_x x t} dx \right] e^{-i\gamma B_0 t}$$

$$\omega_0 = \gamma B_0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) e^{-i\gamma G_x x t} dx = S(t) e^{i\omega_0 t}$$

フーリエ変換

$$= \underbrace{S(t) \cos \omega_0 t}_{\text{実部}} + i \underbrace{S(t) \sin \omega_0 t}_{\text{虚部}}$$



逆変換

$$\rho(x)$$

被写体の投影

計測信号を複素数にできる



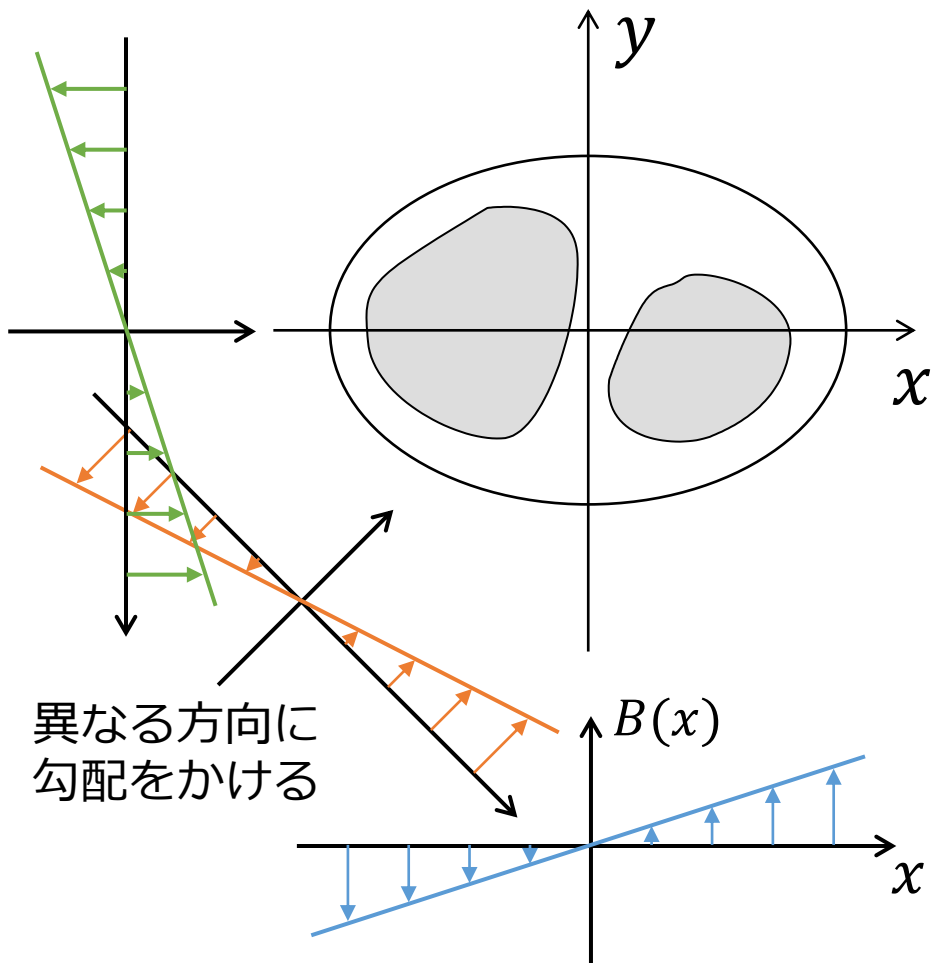
本日の内容

- MRI（磁気共鳴映像法）の概要
- NMR現象
- 励起と緩和
- イメージングの原理
- k 空間（周波数空間）と再構成

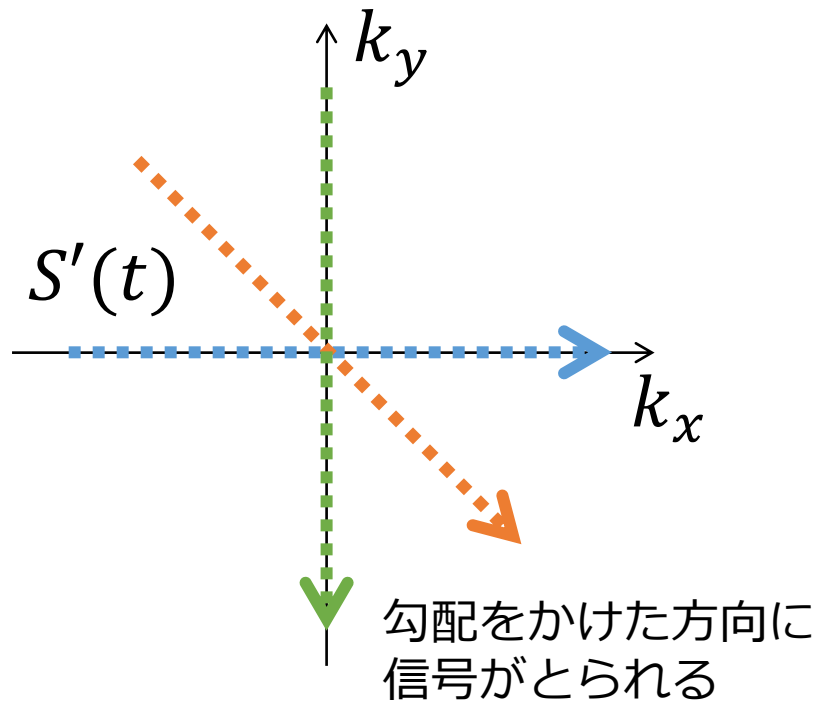


ラジアルスキャン (radial scan)

実空間



k空間
(周波数空間)



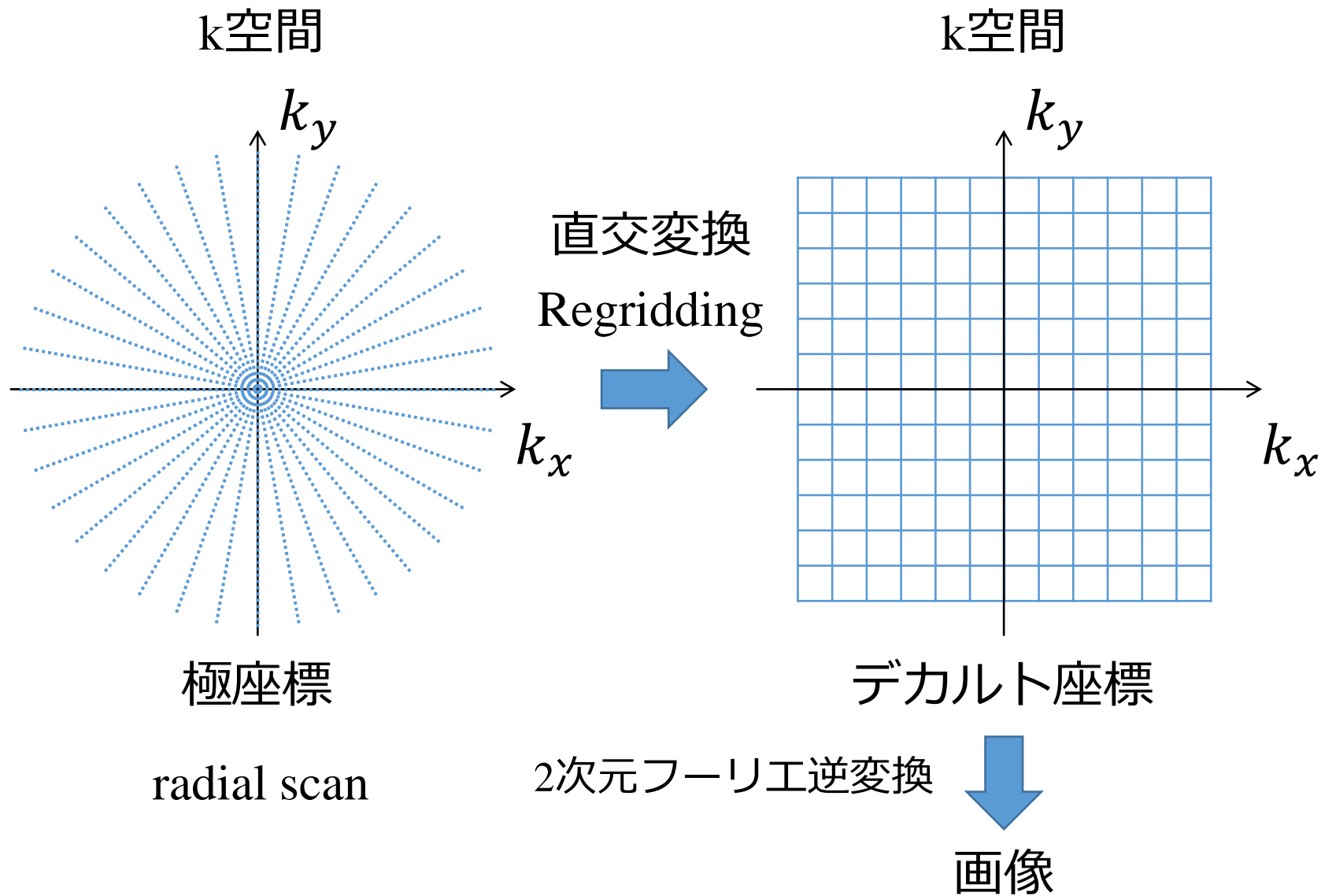
k空間を信号で充填

再構成

画像



直交変換と再構成

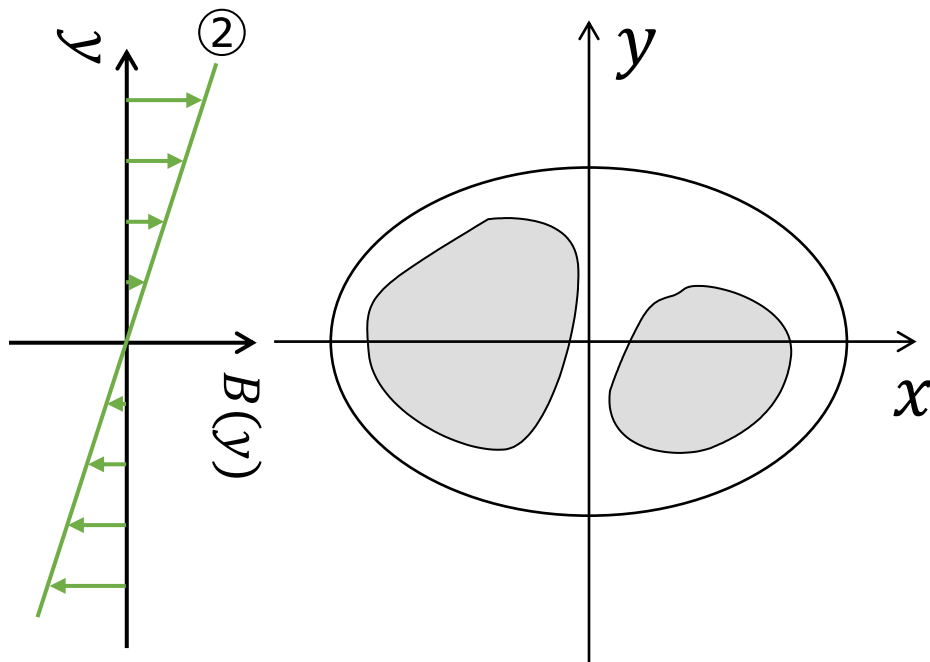




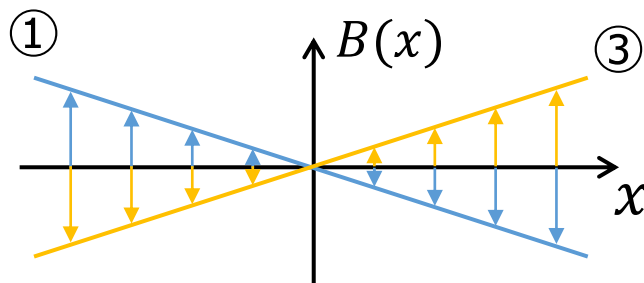
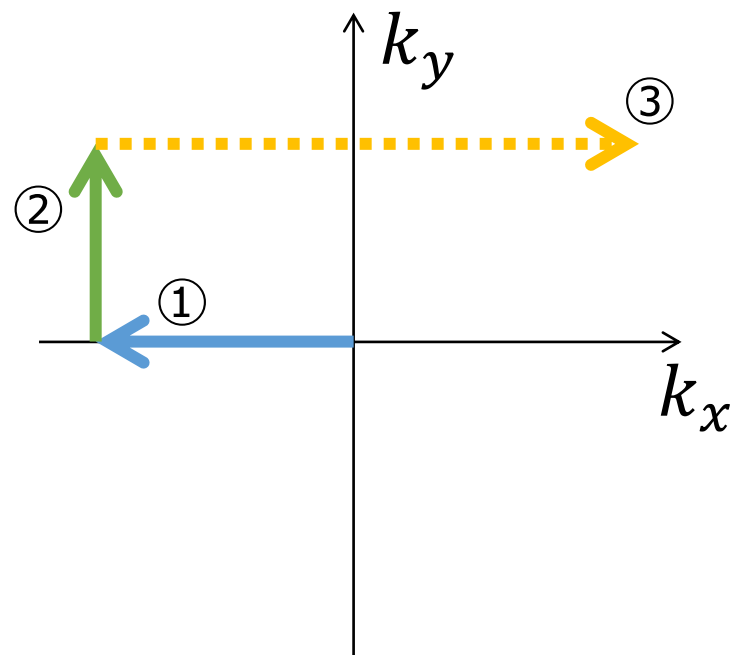
位相エンコード

一定時間勾配磁場をかける (計測はしない)

実空間



k空間

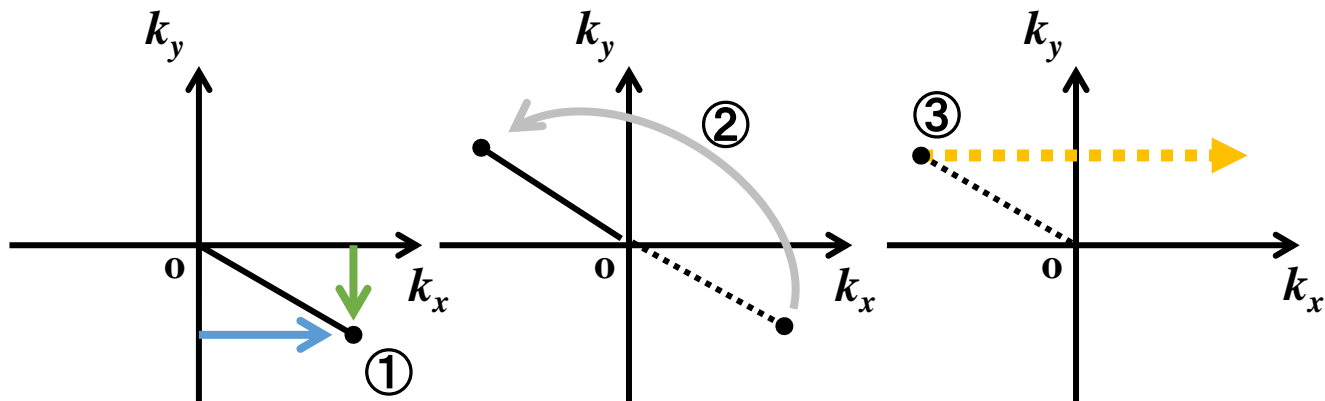
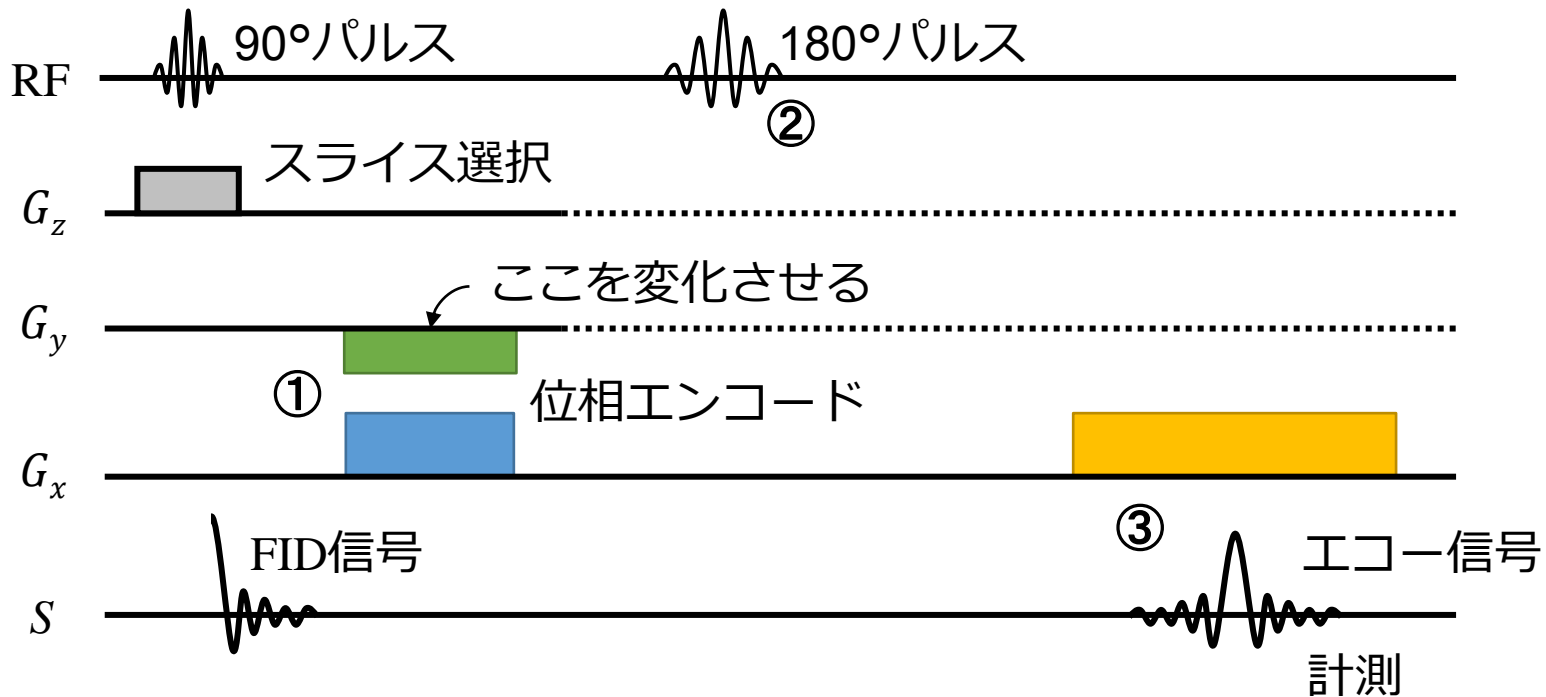


③ 勾配磁場をかけながら計測する

②の印加時間を調整すると
デカルト座標に合わせて計測できる

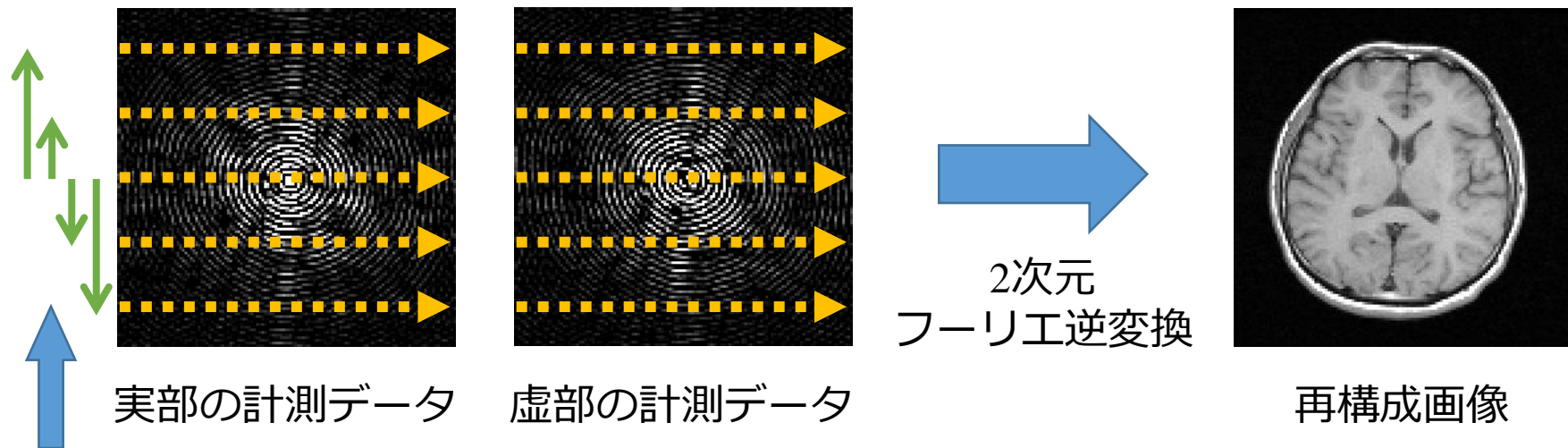
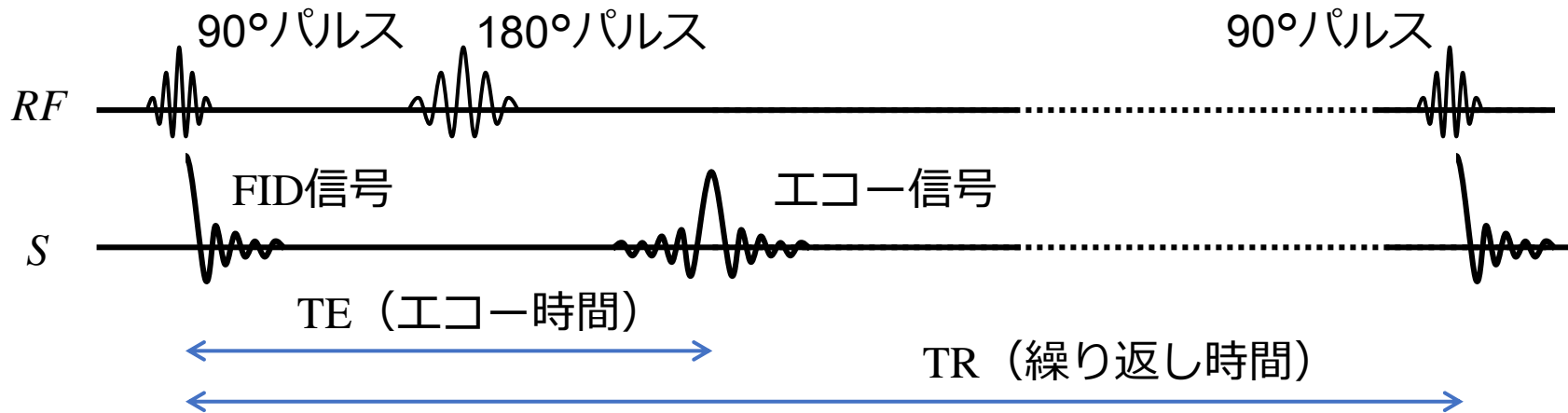


パルスシーケンス (スピンエコー法)





直交スキャン (Cartesian scan)



G_y を変えて
繰り返し計測

複素数

$$S(t) \cos \omega_0 t + i S(t) \sin \omega_0 t$$

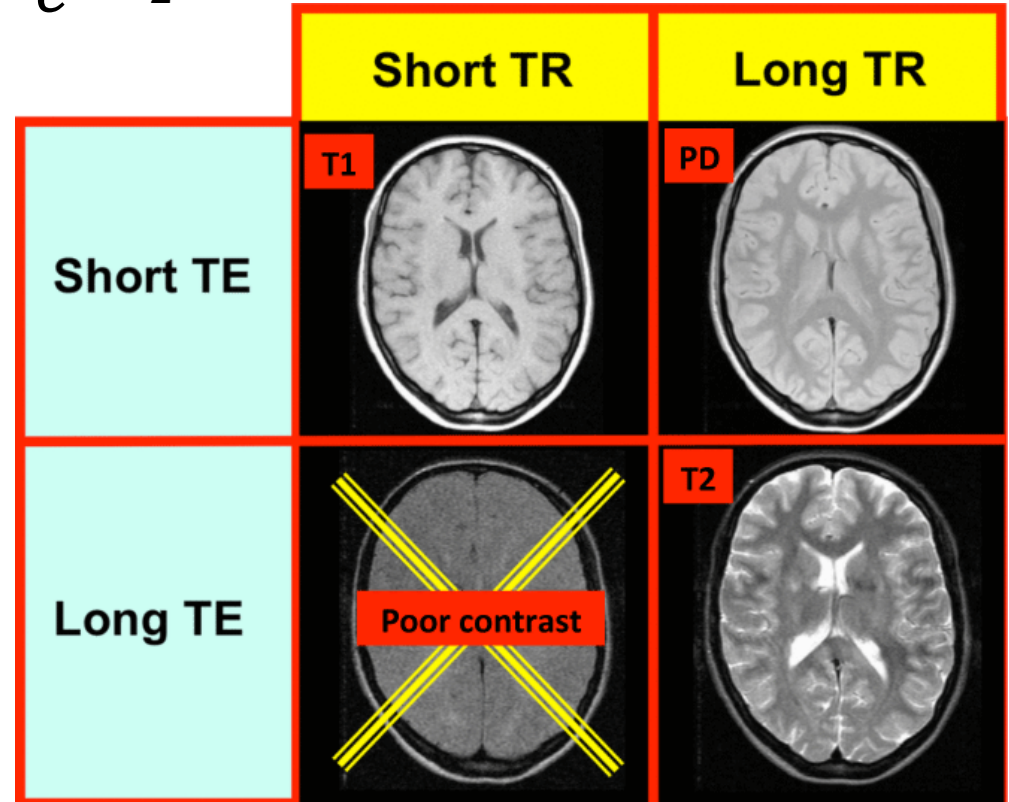
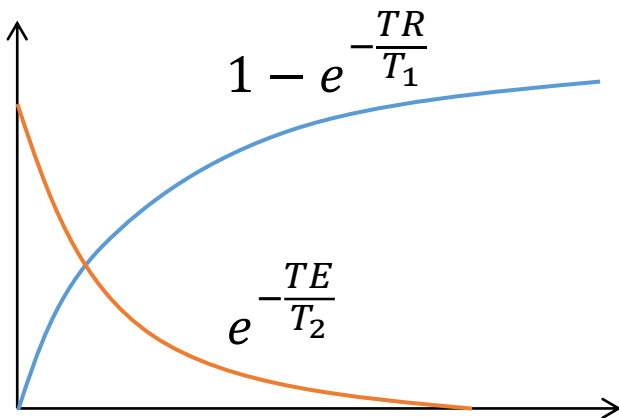
MRI画像のコントラスト

MRI画像の強度 (I)

$$I = K \cdot [H] \cdot (1 - e^{-\frac{TR}{T_1}}) \cdot e^{-\frac{TE}{T_2}}$$

K : scaling factor

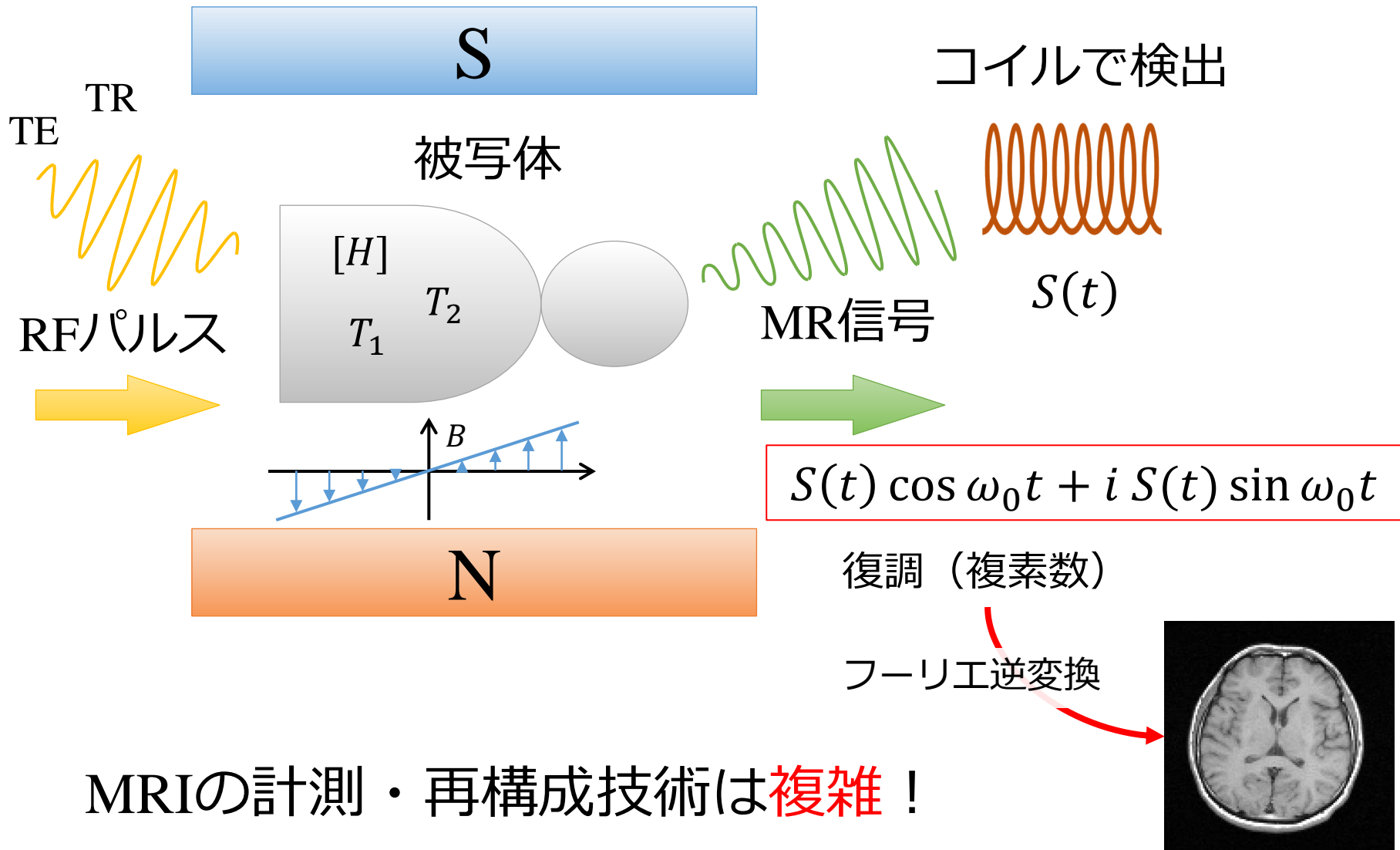
$[H]$: proton density



(出典 : mriquestions.com)



複素数を計測する (まとめ)



MRIの計測・再構成技術は**複雑**！