

エジプトひも 使用法研究

12 個の結び目がある輪になった紐で 12 等分されているとしてください。数人で結び目だけをもってピンと引っ張って図形を作っていきます。工夫すると様々な図形を作ることができます。古代エジプトやメソポタミアで大地を 240m の縄紐で方形に区画したりすることにも使われていました。また円周を 12 等分して時間と関連させたりしました。季節を考える図形を考えたりすることにも応用ができていました。

ここでは 60 cm や 120 cm、240 cm の紐と虫ピンで古代の測量師の知恵を復元してみようと思います。方法の図による解説、丁寧に説明するようにしてください。もし可能ならばその形を活用して何かできないか考えたことも付け加えてください。

✓ 正三角形

二等辺三角形

直角三角形

平行四辺形

扇型

正方形

長方形

キリスト教の幕屋の長方形は 60 等分の輪になった縄でできます。
ここまでの知恵で地面は方形に区画できるようになります。

菱形

この方法を利用して太陽を使って東西南北を調べることができます。

正六角形

これにより方角の12方位を定めることができます。太陽の観測も必要です。

六角星形

民族のシンボルを図案化した歴史もあります。

十字形

宗教のシンボルを考案した歴史があります。

難問も考えてください。

正十二角形

相当な難問 ここからは帰ってからの課題となります。

正八角形

蝶難問これはヒント出します。

正五角形

正十角形

全部できた方には古代の土地の区画法

碁盤の目 百分割ケンチュリア再現古代日本出雲国風土記の数学の情報出します。

60:80:100の直角三角形からスタートして60四方の正方形の100等分割に挑戦してください。これが最終課題です。

エジプトひも 使用法 解決ヒント集

12 個の結び目がある輪になった紐で 12 等分されているとしてください。数人で結び目だけをもってピンと引っ張って図形を作っていきます。工夫すると様々な図形を作ることができます。古代エジプトやメソポタミアで大地を 240m の縄紐で方形に区画したりすることにも使われていました。また円周を 12 等分して時間と関連させたりしました。季節を考える図形を考えたりすることにも応用ができていました。

ここでは 60 cm や 120 cm、240 cm の紐と虫ピンで古代の測量師の知恵を復元してみようと思います。方法の図による解説、丁寧に説明するようにしてください。もし可能ならばその形を活用して何かできないか考えたことも付け加えてください。

正三角形 役に立つ応用例 6 個並べて正六角形を作る。12 方位を形成 3 本中線を書いて麻の葉デザイン

二等辺三角形

底辺と直角に交わる

直角三角形

正方形や長方形の半分の形ができているので一段階の変形で正方形長方形にすることができる。

平行四辺形

遠いところに平行線を引くことができる。

扇型

角の二等分線を作図することができる。

対角線が直交するのでそれを利用して東西南北を定めることができる。

正方形

土地を碁盤の目の様に区画することができる。

60m 四方の巨大な正方形を 6m 四方の 100 個の正方形に文化 k 津することができる。

長方形

サッカーやフットサルのコート作成に活躍する。

キリスト教の幕屋の長方形は 60 等分の輪になった縄でできます。10 : 20 : 10 : 20 です。

ここまでの知恵で地面は方形に区画できるようになります。

例えば幕屋の土地は 10 : 20 : 10 : 20 の長方形です。さらに一遍が 30 の正方形を 3 等分点を利用して内側に折り込むことで十字形に変形できます。また正六角形は内側に折り込むことでユダヤ教の聖なるマークダビデの星に変形できます。キリスト教が 12 を聖数とした理由もこの辺りにあるのではないかと考えています。

菱形

この方法を利用して太陽を使って東西南北を調べることができます。
杭を鉛直に立てます。下げ振りの重りを使って鉛直を作ることができます。鉛直に立てた細い棒の影を観測します。ちょうど3の長さになるときが午前午後の2回あります。棒の真下のテントこの2点を利用してひし形を作ります。その時東西千南北線が形成されています。

正六角形

これにより方角の12方位を定めることができます。太陽の観測も必要です。

六角星形

民族のシンボルを図案化した歴史もあります。
ユダヤ今日です。ダビデの星といわれています。

十字形

宗教のシンボルを考案した歴史があります。
仏教もマントラといって正方形の中に図案を形成して宗教的な教えを解説しています。

難問も考えてください。

正十二角形

不可能ではありませんが全体を定めてから細部に進める方法でないときれいには画けません。なお細部から優先すると大きいところでゆがみが出ることを体験したことがあります。

相当な難問 ここからは帰ってからの課題となります。

正八角形

これは24等分した縄を変形して作ります。

超難問これはヒント出します。

正五角形 120等分した輪になった紐を利用します。55の半径の円を画くことができるように10目盛分を縛ります。そのあと55の半径の円を作図します。34の長さを測定できるように縛って円周上にするしをつけていきます。正十角形、正五角形は超精密近似ならばこの方法でできます。2:1:2:1の長方形を作ってからそれを利用して1辺2の正五角形を作成することができます。

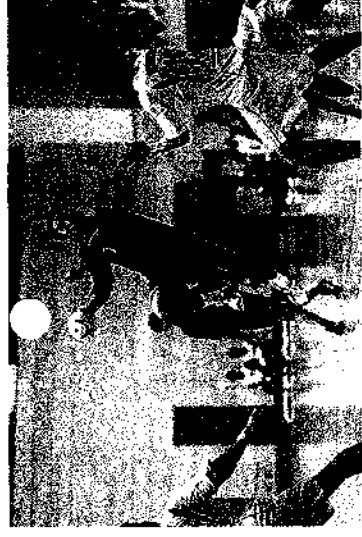
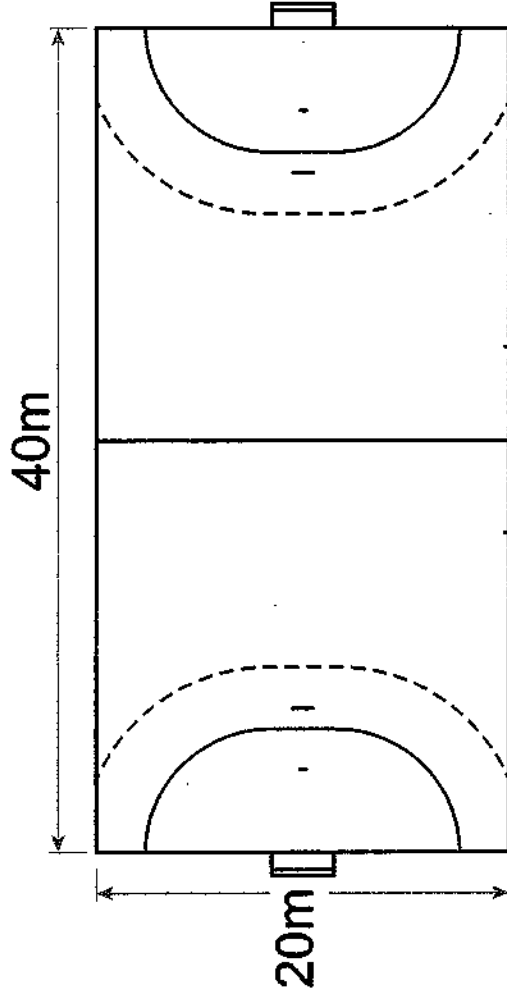
正十角形

角の2等分線ができるので正五角形をもとに正十角形も作図することはできます。
全部できた方には古代の土地の区画法
碁盤の目 百分割ケンチュリア再現古代日本出雲国風土記の数学の情報出します。
60:80:100の直角三角形からスタートして60四方の正方形の100等分割に挑戦してください。これが最終課題です。風土記より「百結び結び八十結び結び結び下げて」

数学を使って、 コートをかこう

ハンドボールは、7人ずつの2チームがボールを相手のゴールに投げ入れて勝負を競うスポーツです。

下の図のような、縦20m、横40mの長方形のコートの中で、14人の選手がプレーします。



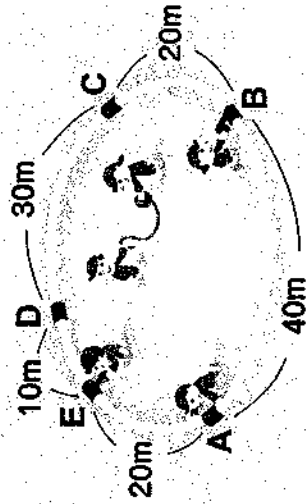
紙やノートにかくのとは違^{ちが}いは違い、体育館やグラウンドに大きな長方形のコートをかくのは、とてもたいへんです。しかし、41ページのような方法を使うと、簡単に長方形のコートをかくことができるそうです。



使用するロープ

1 準備する

長さ120mのロープを輪にし、それぞれの点の間の長さが右の図のようになる点A～Eをとって印をつける。



2 40mの辺をとる

右の図のような三角形をつくり、ABに線をひく。また、このとき、Eの場所にも印をつける。

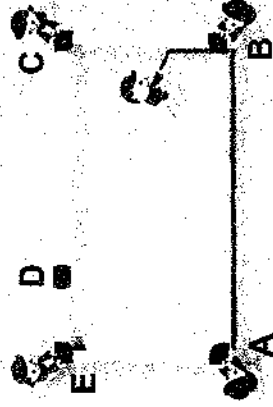


● $\triangle ABD$ は、どんな三角形でしょうか。

コートとなる長方形

3 完成させる

ステップ2の状態から、点B、Eの場所はそのままに、点Cを、BC、CEがピンとはられる位置まで動かします。



● $\angle C=90^\circ$ になるのはなぜでしょうか。

先のような方法で、縦20m、横40mの長方形ABCEをかくことができます。

● 先のようにしてかいた四角形ABCEが長方形になる理由を説明してみましょう。

ハンドボールコートをかくとき、120mのロープで、上の方法とは違う場所に印をつける方法もあります。

その場合は、ロープのどの場所に印をつけて、どのようにすれば、うまくかけるでしょうか。また、その方法でうまくかける理由を考えてみましょう。



—尊敬すべき縄張り師— 古代のエジプトやメソポタミア

そこでの土地測量法の推定及びその教材としての活用

● 2～3時間扱い ● 関連単元…7章 三平方の定理

1. 課題について

古代文明において、縄を活用して測量がなされてきたことが知られている。エジプトの畑の分割において、縄を張って仕事をしたことは壁画やいくつかの記録から明らかである。メソポタミア文明においても、土地の方形区画がなされている。エジプトの縄張り師やバビロニアの縄の使い手とされている人たちは、実際にはどのように縄を活用したのだろうか。インドにはアーパスタンバシユルバーストラ等の文献が残っている。オリエントの縄の使い方は現在も謎であり、様々な推定がなされている。筆者は相当の根拠をもって、古代の文明の測量に関わる人たちは、12等分の輪になった特定の長さのひもを使ったのではないかと推定し、これを“エジプト紐”と名付けた。これは数学を学ぶおもしろさを生徒に気付かせる教材となる。また、幾何学という数学が、農地の分配や街区の設計などで社会に役立つという意義をもっていることを理解するための教材としても注目したい。幾何学の発想そのもののおもしろさと、数学の社会への貢献の両方の側面からこの教材をとらえたい。また、古代の単位そのものを研究することも、数学教育の重要な側面であると考えている。

2. 展開例

学習活動	指導上の留意点と補足	
<p>古代の単位についての学習</p> <p>古代メソポタミア文明や エジプト文明においては、縄を張って土地を碁盤の目のような方形の区画にして利用していたことが歴史として知られている。</p> <p>長さや広さの尺度、時制や方位などの表現方法から、古代メソポタミアでは12進法の考え方、60進法の考え方が成立していたことが確かめられている。エジプトは、一日を12刻に分割する時制ももっていた。太陽の通り道である黄道を12区画に分割して、12の星座にして季節を判断していた。</p> <p>また、文明の基礎に正多角形が存在した。</p> <p>土地の方形区画には正方形、一日の12等分には正六角形が必要である。どのように作図したのか考えてみよう。</p> <p>土地の方形区画を決める人の中には、縄を使う人々がいた。どのように縄で正方形や正六角形をつくったか考えよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・長さの始まり ・広さの源流 ・時計の始まり ・星座の始まり ・縄の使い手 ・縄張り師 ・12等分 	<ul style="list-style-type: none"> (エジプト文明) ・ヘロドトス、歴史によればエジプトの土地は方形区画 ・エジプトの日時計が出土(メソポタミア文明) 12クシュ(キュビット)は1ニンダン ・1クシュ(キュビット)は約50cm ・1ニンダン=約6m ・1ギー(1葦)=約3m ・1スタディオンは約180m ・1スタディオンは60ギー ・1ダナ=60スタディア

- ・ヒントとして、どちらの形にもなる輪になった形の等分された縄紐が使われたのではないかと推定されていることを伝える。
- ・何等分であったか推定してみよう。

操作活動 実験 試行錯誤

- ・12個の結び目をもった、輪になった紐縄で結び目を持って三角形を作ってみよう。

- ・二等辺三角形を作ろう。
- ・正三角形を作ろう。

- ・直角三角形を作ろう。

- ・四角形を作ろう。
- ・ひし形を作ろう。
- ・平行四辺形を作ろう。

- ・たこ形を作ろう。
- ・直角をもつ四角形を作ろう。

- ・正方形を作ろう。

- ・長方形を作ろう。

- ・正六角形を作ろう。

- ・十字形を作ろう。
- ・ヘキサグラムに挑戦しよう。

- ・24等分
- ・60等分

- ・ひとまず12等分とまとめる。

- ・12等分された輪になった縄の12個の印を持つことを確認する。

- ・5, 5, 2

- ・4, 4, 4

- ・3, 4, 5

- ・3, 3, 3, 3

- ・2, 4, 2, 4

- ・1, 5, 1, 5

- ・2, 2, 4, 4

- ・3, 4, 5 から工夫して,
3, 3, 3, 3

- ・3, 4, 5 から工夫して,
2, 4, 2, 4

- 4, 4, 4

- ・さらに,
4, 4, 4 から工夫して,

- 正六角形

- ・正方形から

- ・正六角形から

メソポタミアの面積単位
1サル=1平方ニンダン

実際に机上での操作活動をするために、周の長さが60cmの輪が適当である。4人のグループで机を寄せてその上で話しながら実験していくことで、協力しながらの実験と具体的な操作活動がなされる。3, 3, 6は三角形にはならない。

2, 2, 8や1, 1, 10も三角形にはならない。

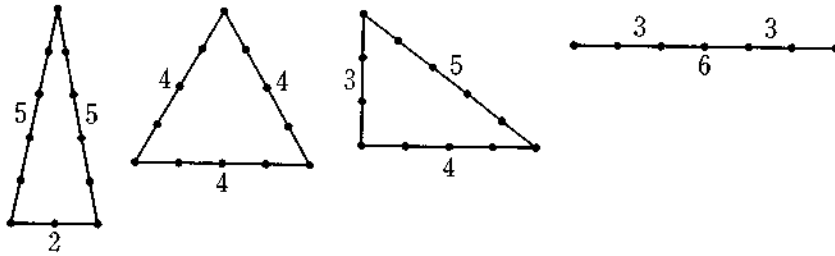
ひし形といっても形は様々なものができる。平行四辺形も同様である。となりの辺とのなす角で1つの形が決まる。3, 4, 5からの変形を基本とする。

なぜ正方形になるかの論理。対角が等しく、直角になることが根拠になる。同じく考えればよい。

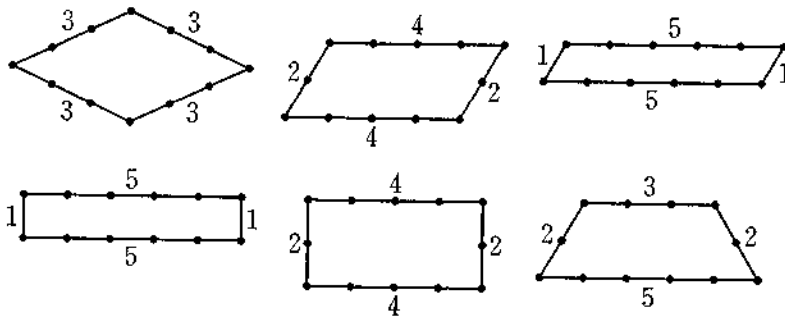
中点連結定理の応用となる。正六角形ができることで中心から全方位が12等分できることもこの形の利点である。古代の宗教は、美しい形を利用している。

3. 生徒用プリント例及び生徒の発想の記録

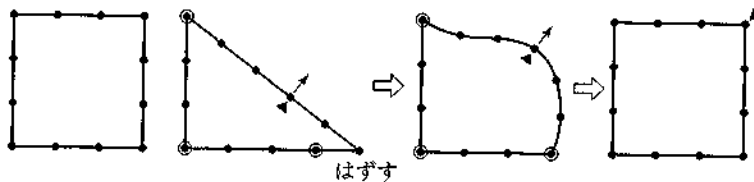
12等分された、
輪になった紐
を使って図形
を作ろう。
三角形を作ろ
う。どんな三
角形ができる
かな。



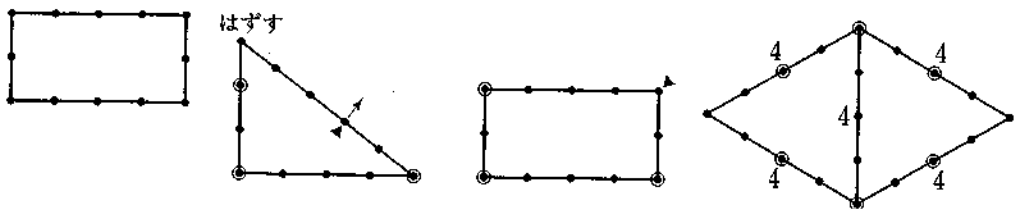
四角形はどん
なものができ
るかな。



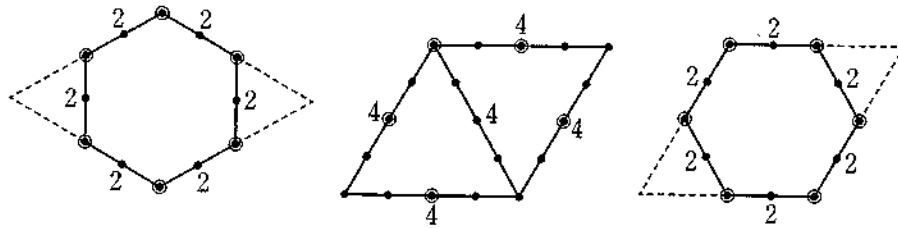
正方形を作ろ
う。



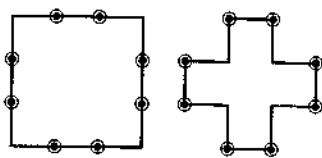
長方形を作ろ
う。



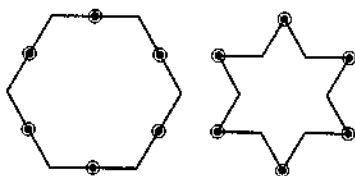
正六角形を作
ろう。



十字形を作ろ
う。



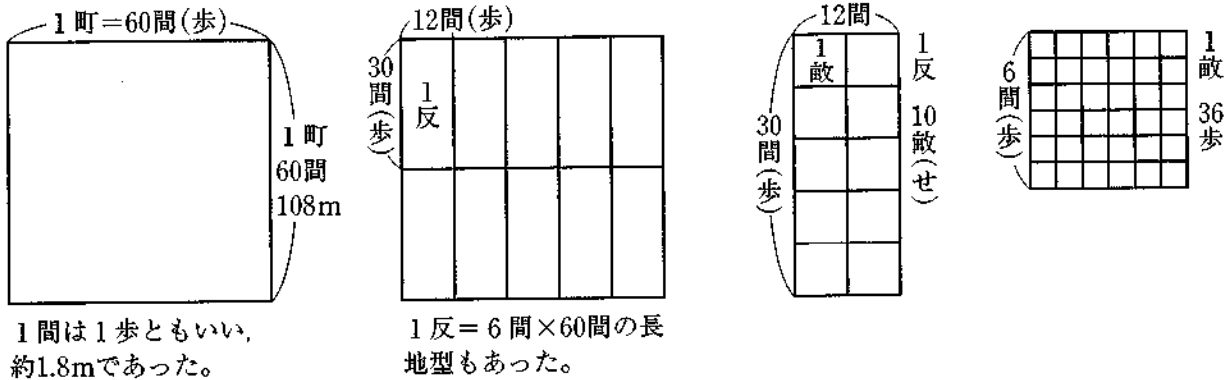
六角星形を作
ろう。



4. 日本古代 条里制の再現

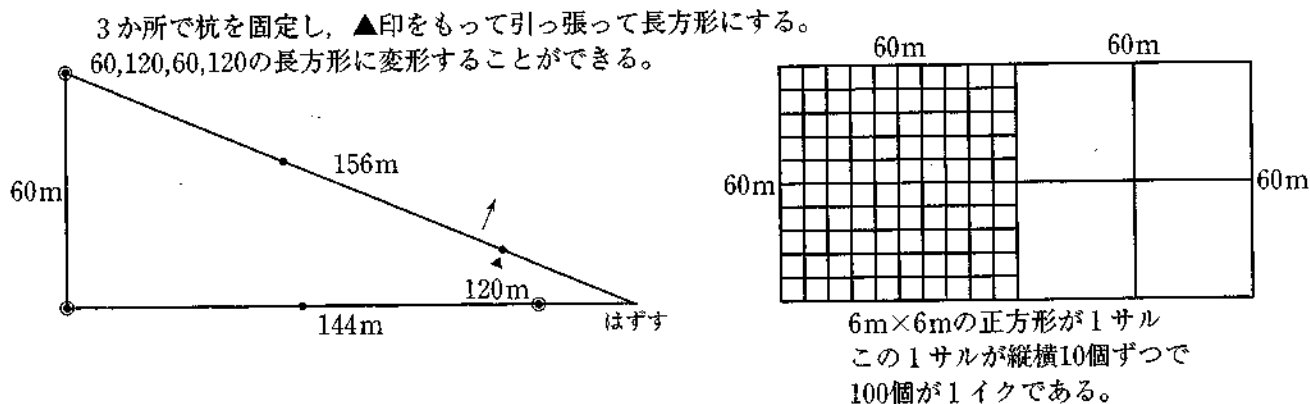
〈1歩1.8m 360歩であるところの360間の間縄(1間ごとに間札がついている測量用の縄)を利用した10畝、10反、1町の設計実施の方法と実践例〉

条里制遺構の調査によれば、ほとんど1町は108mで60間(歩)の正方形よりなっている。すなわち、1間(歩)は1.8mである。1町の正方形は、6歩四方の正方形縦10個、横10個の100個の集まりになっている。各小正方形が1畝の大きさであり、半折型地割においては、縦5個、横2個の正方形の集まりとして1反が形成されていた。そして10反が1町である。



現在でも、1町歩の土地を駅裏に持っている大金持ち、という言葉がある。108m×108mの正方形が1町歩であるが、約1ヘクタールとしてもよい。歴史的な単位の解説は、初等教育の責務と考えられる。これが10反100畝であるが、豊臣秀吉が太閤検地において、1町10反3000坪と変則的に定めたことで、1反300坪となってしまった。筆者としては、源流の1町3600坪、元は3600歩の間縄による作図を示したい。額田寺伽藍並条里図は天平宝字年間とされているが、これを復元できる。心ある歴史教育家ならば条里の復元の重大性を理解してもらえらるであろう。

まず6間を1単位として60単位である360間の間縄を作り輪にする。太陽観測で南北線を作図し、それに合わせて南北60間、東西144間、斜め156間の直角三角形を3本の杭で固定し作図をする。そのあと、東西線上の直角から120間の位置に杭をさして、残り24間と斜め156間の縄を緩めて、そのうちさした杭から60間の印を持って引っ張る。こうすれば、南北線に直角に、南北60間、東西120間の長方形が自然にできる。さらに、真ん中の線を杭から60間60間の位置で結んで2町の正方形を作り、6間ごとに印があるから、対辺の相対する印を結んで線を引く。そうすれば、面積36歩の正方形が100個でき上がることになる。



これは、同じことをシュメールの地割において行っているという推定に基づく。シュメールでは6mの60倍の360mで作業を行った。6mは1ニンダン、60mは1エスエ、英語ではcord、日本語に翻訳す

ギーの60倍が、ローマ時代にスタディオンの(複数形はスタディア)となる。スタディオンはメソポタミアが起源であり、太陽の視直径分を太陽が移動する時間(2分)に人が歩く距離とされている。初のオリンピック競技は、この長さの徒競走のみという話は有名である。ここからスタジアムという言葉が生まれた。スタディオンの長さは、アッティカでは185mであった。

現在でもこの長さは海事の世界で生きていて、ケーブルとして知られている。10ケーブルが1海里で、1852mである。海里はもともと子午線において緯度1分(北極赤道間の90分の1の60分の1)の長さにあたる距離とされている。

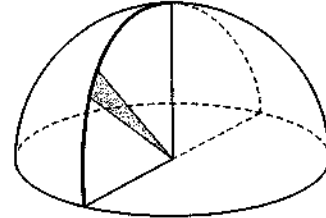
子午線 緯度で6度は666.666km 1度は111.111km
その60分の1である緯度1分あたりの長さは185.185m

↳ 1スタディオンの長さ 185.181m

↳ 60倍 1ダナ=60スタディア 11.111km

↳ 60倍 60ダナ=3600スタディア 666.666km

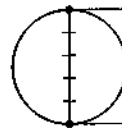
↳ 60倍 地球周長 40000km



さて、スタディオンの30倍がパラサングで、1時間に歩くべき距離とされている。後のリーグ、レギア、リニューという長さの起源であり、5.5555kmにあたる。

スタディオンの60倍がダナで11.1111km、アッカドではベルー、聖書では60スタディアとして登場する。子午線に沿って真北に向かってダナだけ移動すると、月の視直径の5分の1である角度0.1度の北極星の高度の変化が観測できるが、そのようにしてメソポタミアのある地域の統一的な長さを話し合ったという話題がホワイトローの文献にある。驚くべきことであるが、歴史家の視野が広まって、大幅な単位の歴史の再構成が始まっているようである。

北へ111km移動すると 北極星高度1度上昇
北へ55.5km移動すると 0.5度上昇
これは月の視角度であり、機器を工夫すれば観測可能



北極星の高度が
月1つ分変化するとき、
子午線上55.5km
5ダナに相当

60進法がメソポタミアの流儀ゆえに、さらに60ダナの長さを求めよう。真北へ向かって60ダナの移動で何が起こるのであろうか。666.666kmは何なのか。これは緯度6度に相当する。

単純な計算であるが、赤道北極間は10000kmで緯度10度は9等分ゆえに、1111.11kmである。よって、緯度1度は111.111kmである。このことから、6度に相当することが分かる。60ダナは地球の大円の円周の60分の1。よって、60ダナをさらに60倍すれば地球の1周になる。メートル法の策定において測定される以前には、知られてはいなかったはずの地球の1周の長さである。

真北方向への移動に伴う北極星高度の変化は、月の視直径と比べることによる目測が可能である。当時から、象限儀のようなものが工夫されており、星を見ることが緯度を知ることと直結していた。1度の緯度の分だけ子午線の移動をすれば、月や太陽の視直径2つ分だけ北極星の高度(仰角)が変化する。

以上のことをまとめると、次のようになる。メートル法では、地球の子午線弧の一周の長さは40000km、その60分の1が666.666kmである。その60分の1が1ダナで約11.1111kmであり、さらに、またその60分の1が1スタディオンの長さ185m(スタディオンの長さは地域により長さが異なる)である。さらにその60分の1が1章、1ギーで3mである。古代メソポタミアには60進法の階層の距離表現法が確かにあったのである。

さらに、小さい方へはどうであろうか。

1ギー、すなわち、ローマのパーチ、デカンベダの60分の1は、1スティック、すなわち2インチ、すなわち5cmとなって、現代でも英語圏で生きている。1スティックの6分の1のバーレイコンという長さも存在する。60進法はしぶといといっているくらい生き延びている。西洋は12進法、60進法及び10進法の混成である。

小さい方から60倍を繰り返そう。スティック、ギー、スタディオ、ダナ、60ダナ、地球の1周である。メートル法では、5cm、3m、180m、11.1km、666.6km、4万km、最後が地球1周となっている。半分の系列も存在する。2.5cm、1.5m、90m、5.55kmである。1インチ、1パッサス、100ヤード、リニューである。このように、長さ、距離の単位を総合的にとらえたい。

なお、補足であるが、185.185mと180mの食い違いの生じたわけは、振り子の振幅2秒の実現の長さを1mとなして、これの3倍を1葦、1パーチ、1デカンベダ、1丈とおいたことに関係していると考えている。

時間についても、1年は360日、1刻を2時間として1月は360刻、4分を1ゲシュとして、1日は360ゲシュなどと構成していたことが分かってきている。角度も360度で1回転としていた。さて、宋代、易経の大家・邵康節は『皇極経世書』の中で、30年1世、12世1運すなわち360年1運、さらに30運1会、12会1元、よって1元360運としている。これもシュメール起源ととらえてもよいだろう。

また広さについても、長さに基づいて定められていた。土地の広さは、収穫、徴税に関わる重要事項であった。6m平方の36m²のサル、60m平方の3600m²のイクが基本である。

日本の古代にオリエントの長さも流入している。周の魯班尺はローマのベダ、ギリシャのフィートが起源であろう。日本の長さを考えよう。尺も条里制の調査から魯班尺とみてよい。ただし、3mの60分の1である5cm相当の長さは見あたらない。中継地の周はすでに十進構造に流れていて1寸3cmが使われていた。日本も10寸1尺である。ただし、この上の長さは6尺が1歩となり、60歩(60間)が1町、1町が60倍された十里が歴史に登場している。曰く(養老律令公式令・凡行程。馬日七十里。歩五十里。車卅里)ずばり1寸を60倍して歩、60倍して町、さらに60倍して十里。ここにオリエント起源の長さのシステムの流入がある。100畝の1町という条里の設計思想は、メソポタミア、シュメールの100サル1イクの設計そのものである。

また、18イクで1ブルは大陸の井田法の源流である。1平方スタディオンは9イクで構成されている。ブルはその2倍である。

縦が1スタディオ、横が2スタディアの長方形が1ブルである。この作図は、1080mの縄紐で90mを1単位として、3:4:5の三角形から変形して2:4:2:4の長方形を作ることで作成される。中国の臯人(天文暦数の学者)はこうしたことを知っていたと思われる。

都市の設計も伝来している。我が国の縄張りも、初期は都市設計そのものであった。奈良や京都、もっと以前の飛鳥の街路の設計は、実際はこのようになされていたはずである。

このようなことを初等教育は正面から扱ってはこなかった。おもしろい話題なのにもったいないことである。

日本の数学算数教育において、この知識が凍結され続けていてはならない。ことに条里制遺構を抱える小学校、中学校の総合教育において、郷里に誇りをもつきっかけとなるよう取り組みを始めたい。古代を考えても、世界に向かって広がっていることが実感できるであろう。

ナスカの地上絵に対抗して、インド古代の飛翔を望むものが描くべき伝説のアグニ鳥を巨大地上絵と

して再現した。郷里の地図や条里制遺構を校庭に実現することも楽しい目標である。

最後に、筆者の推定ではあるが、60等分した上で5つ目ごとの結び目のところに名前を付けていたのではないだろうか。測量作業をする人が互いの位置を確認したり呼びかけたりするときに必要だったのだと思われる。

天神アヌがスタートでかつエンドの数字は60、男の神様の名前である。時計回りに、

5ニンフルサグ、以降5がつく数は女性の神となる。10イシユクル

15イシユタル金星神 20シャーマシュ太陽神 25ニンガル 30ナンナル月神

35ニンキ 40エンキ大地の神 45ニンリル 50エンリル風神

55アンツ 天神の妻 再び 60アン天神

ちょうど、アナログの時計の数字の位置には神様が配置してあると考えるとよい。これらの神々は、メソポタミア神話で素晴らしく活躍する。ぜひとも神話も生徒に紹介したい。

12人の神様は、協力し合って大地を方形に区画していく。数字は神を表すことになる。

楔形文字で50と書いてあると、それはエンリル神を表している。50と岩に刻んであれば、それは風神を祀った印である。なんと日本にも刻まれているようだ。縄文時代にメソポタミアの文化が到達していた可能性は大いにある。とにかく世界中の宗教や風水の出発点になった神々である。数学の源流は神々と同居していた。これだけでも楽しい。考えることを楽しませてくれる数学でありたい。この教材はそれを目標としている。

[参考文献]小泉袈裟勝著(1990)『図解 単位の歴史辞典』柏書房

オズワルド・ディルク著(1996)『大英博物館双書 失われた文字を読む第9巻数学と計測』學藝書林

イアン・ホワイトロー著(2009)『単位の歴史—測る・計る・量る』大月書店

川崎真治著(2000)『日本の史記』風濤社

(岐阜東高等学校 亀井喜久男)