第２部

（日常生活、産業・社会・人間と関連した題材編）

第４章

算数・数学における
日常生活、産業・社会・人間と関連した基本的題材

題材分類	高数基

題材主題	ベクトルを学ぶとブーメランが戻る原理がわかる。
副題	ベクトルの合成、3 次元座標などからブーメランやヘリコプターの歳差運動が理解できる。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学基礎	（2）社会生活における数理的な考察	イ　身近な事象の数理的な考察		応用
高校数学Ｂ	（2）ベクトル	イ　空間座標とベクトル		応用

学習内容のキーワード	ベクトル、外積、歳差運動	活用場面のキーワード	ブーメラン、ヘリコプター

題材とその活用場面

オーストラリアの先住民アボリジニが狩猟用に使ったといわれるブーメラン。このブーメランはどうして戻ってくるのでしょうか。地球上のすべての物体は万有引力が働いて地面に落ちますが、ブーメランだけが落ちずに戻ってきます。その理由を空間ベクトルの外積の問題として考えてみましょう。また、ヘリコプターがメイン・ローターを回転させながら前進するとき、ブーメランと同じトルクが働きます。それを避けるための工夫や操縦方法にベクトルの考え方が生かされているのです。

説明

ブーメランは回転しながら前に進みます。風に向かう上の翼は速度が大きく、逆に遠ざかる下の翼は速度が小さくなります。前進速度をV回転速度をAとすると、上の翼の速度は$V+A$、下の翼の速度は$V-A$となり、速度の差は$2A$となります。速度の差は揚力の差となります。上の翼は揚力が大きく、下の翼は揚力が小さくなります。この揚力の差により、ブーメランには上端部を左方向にまわす力、つまり反時計方向にまわす力が働きます。この回転力のことをトルクといいます。ところが、ブーメランは回転軸を維持しようとして、左に向きを変えます。揚力の差によって倒れようとする、向きを変える、倒れようとする、向きを変えるという現象が連続して起こるので、その結果としてブーメランは左旋回して戻ってくるのです。これは回転するコマが倒れそうになると、倒れまいとする力が働き首振り運動するのと同じで歳差運動と言います。

図１は左旋回の説明を、図 2 は回転軸、トルクの軸、歳差の軸が互いに直交して右手の法則を満たしていることの説明です。ブーメランについて詳しくはつぎのホームページを参考にしてください。

日本ブーメラン協会（ＪＢＡ）　http://www.jba-hp.jp/
関西ブーメランネットワーク（ＫＢＮ）　http://www.kbn3.com/
アメリカ・ブーメラン協会（ＵＳＢＡ）　http://www.usba.org/

（西山豊）

題材分類	高数基

添付図表

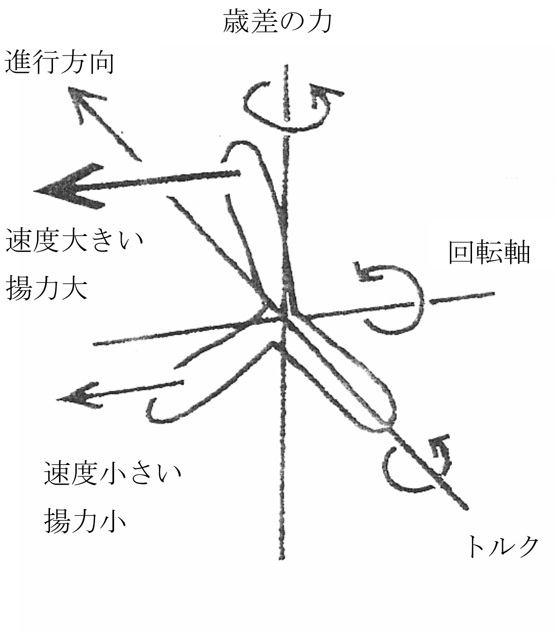


図１．左旋回の説明

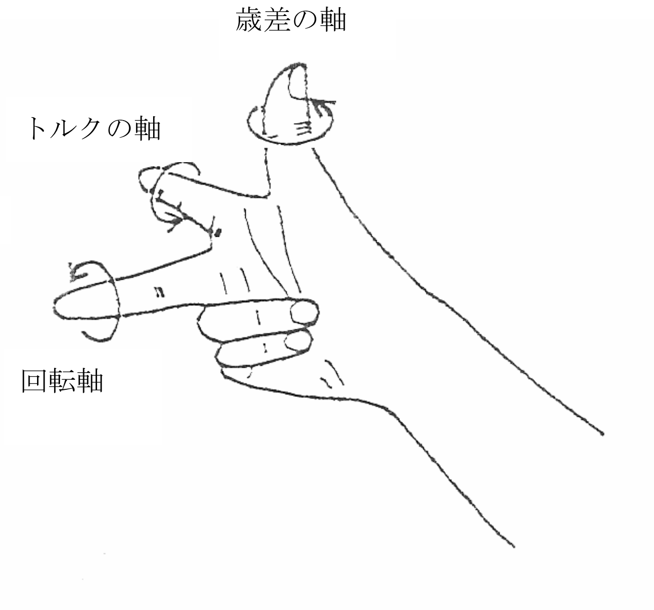


図２．右手の法則

出典情報

(1) 西山豊(1996)｢ブーメランからはじめる物理｣『数学セミナー』日本評論社、35 巻 7 号、pp.28-33
(2) 西山豊(1994)『ブーメランはなぜ戻ってくるのか』ネスコ

題材分類	高数基

題材主題	資料（データ）の変動の大きさを測る
副題	資料の持つバラツキの大きさを、平均、標準偏差および変動係数を使って調べる。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学基礎	（３）身近な統計	イ 資料の傾向の把握		
高校数学Ｃ	（３）統計とコンピュータ	イ 資料の分析		

学習内容のキーワード	資料の平均、標準偏差、変動係数	活用場面のキーワード	資料（データ）を観察し、取り扱う場―資料はスポーツ、経済、健康、環境などどんな場からも得られます。

題材とその活用場面

資料（データ）は実験や調査などを通していろいろな場から得られます。たとえば、身長、体重、通学時間などを何人かについて測定すると、それぞれに関連した資料が得られますが、それらは一般に異なる大きさを持っています。

そこで、大きなスーパーの野菜部門の毎日の売上高と近所にある八百屋さんの毎日の売上高を例に、平均値、標準偏差および変動係数を使って、店による違い、毎日の売上高の違い、変動幅の比較などについて考えてみます。身近な資料(データ)の観察は、日常生活の気づかない点を明らかにしてくれます。

説明

曜日別にスーパーと八百屋さんの売上高を 3 週間にわたって調べ、別表にあげた資料（データ）が得られました（単位：万円、加工データ）。これら売上高の変化をグラフに示しましたが、スーパーの方が八百屋さんより売上高が大きいことや、週末の売上高が大きいことなどがわかります。

日によって売上高が違いますが、1 日あたりの売上高にならしたものを平均とよびます。これらの資料では、スーパーの売上高の平均は 1 日あたり 99 万円、八百屋さんの売上高の平均は 8 万円となります。平均してスーパーの方が八百屋さんより 1 日あたり 10 倍以上の売上げがあることがわかります。

売上げは 1 日ごとに変化していますが、この変化の大きさを平均からのズレの大きさとしてまとめた値が標準偏差です。標準偏差の値が大きいほど資料のバラツキも大きくなっています。スーパーの売上高の標準偏差は 11.3 万円、八百屋さんの売上高の標準偏差は 2.5 万円で、スーパーの売上高のバラツキは八百屋さんに比べかなり大きな値です。

一般に、売上高が大きくなれば 1 日ごとのバラツキ（売れるときと売れないときの違い）は大きくなります。そこで、売上高の大きさに比べてバラツキの大きさを表わしたものが変動係数です。変動係数は標準偏差の値を平均値で割って 100 を掛けた値（%）です。この値を計算すると、スーパーの変動係数は 11.4、八百屋さんの変動係数は 30.9 となります。見かけ上はスーパーの方がバラツキの幅は大きく見えますが、売上高の大きさから考えると、八百屋さんのほうが 1 日ごとの売上高のバラツキは大きいといえます。

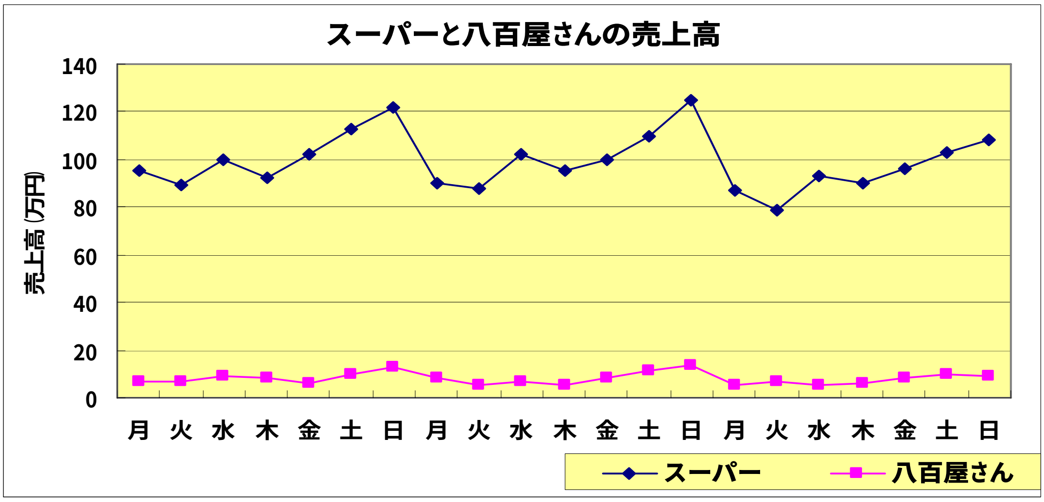
（松井敬）

題材分類	高数基

添付図表

スーパーと八百屋さんの売上高（万円）							
	1	2	3	4	5	6	7
曜日	月	火	水	木	金	土	日
スーパー	95	89	100	92	102	113	122
八百屋さん	7	7	9	8	6	10	13
	8	9	10	11	12	13	14
曜日	月	火	水	木	金	土	日
スーパー	90	88	102	95	100	110	125
八百屋さん	8	5	7	5	8	11	14
	15	16	17	18	19	20	21
曜日	月	火	水	木	金	土	日
スーパー	87	79	93	90	96	103	108
八百屋さん	5	7	5	6	8	10	9

	平均	標準偏差	変動係数	
スーパー	99.0	11.3	11.4	
八百屋さん	8.0	2.5	30.9	



出典情報

(1) 変動係数については次のような場所で使用例が見られます。

総務省・統計局：品目別支出金額の世帯属性別変動係数

http://www.stat.go.jp/data/zensho/1999/zuhyou/a906-6.xls

東北農業研究センター

http://tohoku.naro.affrc.go.jp/reigai/map/akita/aktycv.html

(2) 野球やサッカーの選手（高校生、プロ）の身長や体重の平均、標準偏差および変動係数を調べ、違いを観察すると理解も深まると思います。

題材分類	高数基

題材主題	難しい問題を少し高い観点から解く方法
副題	メタ言語の考え方

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学基礎	（２）社会生活のおける数理的な考察	（ア）社会生活と数学		

学習内容のキーワード	論理、計算、言語、定義、言語表現、	活用場面のキーワード	高い観点、全体と部分、定義、メタ言語とオブジェクト言語

題材とその活用場面

人生においては、解決が難しい問題に遭遇する場合が少なからずあります。指導者、先生、両親、親友、など、回りの人に相談することが第一歩ですが、自分で解決する努力も必要です。問題を構成している要素や根源に目を向けて、解決の糸口をつかむ方法が有効です。高い観点から物事を考えることを、「メタな立場から考える」言います。メタ（meta-）とは、「超越的な変化」を意味する語です。ここでは言語、たとえば英語を定義するメタ言語（文法のようなものと考えてよい）を具体例として、メタ的思考の強力さについて学びます。論理、定義、言語表現、などの学習内容は、現代社会の様々な問題解決に活用されています。

説明

１）人生の様々な問題は、その根源に立ち返って解決すべきです。メタ思考は根源に迫る有力な方法です。

２）英語文の構造について、メタ的思考（メタ言語）で考えてみましょう。１つの英語文をＳという記号で表現すると、Ｓは次のように定義できます。

Ｓ　：＝　ＮＰ　＋　ＶＰ　+ PRD
ＮＰ：＝　Ｎ　｜　ART　＋　Ｎ　｜　ART　＋　ADJ　＋　Ｎ
ＶＰ：＝　ＶＴ　＋　ＮＰ　｜　ＶＩ　｜　ＶＰ　＋　ＡＤＶ
Ｎ　：＝　boy | tall | girl | dog | cat | book
VT　：＝　sees | reads
VI　：＝　runs
ADJ :＝　black | difficult | small
ADV :＝　quickly | skillfully
ART :＝ a | the
PRD :＝.

Ｓ、ＮＰ、ＶＰ、Ｎ　ＡＤＪなどの記号は、英語を定義するためのメタ言語の語です。

３）　上記のメタ言語記述により、下記英文の構成が説明（定義）できます。

The boy sees a black dog.
The cat runs quickly.
A boy reads the difficult book skillfully.

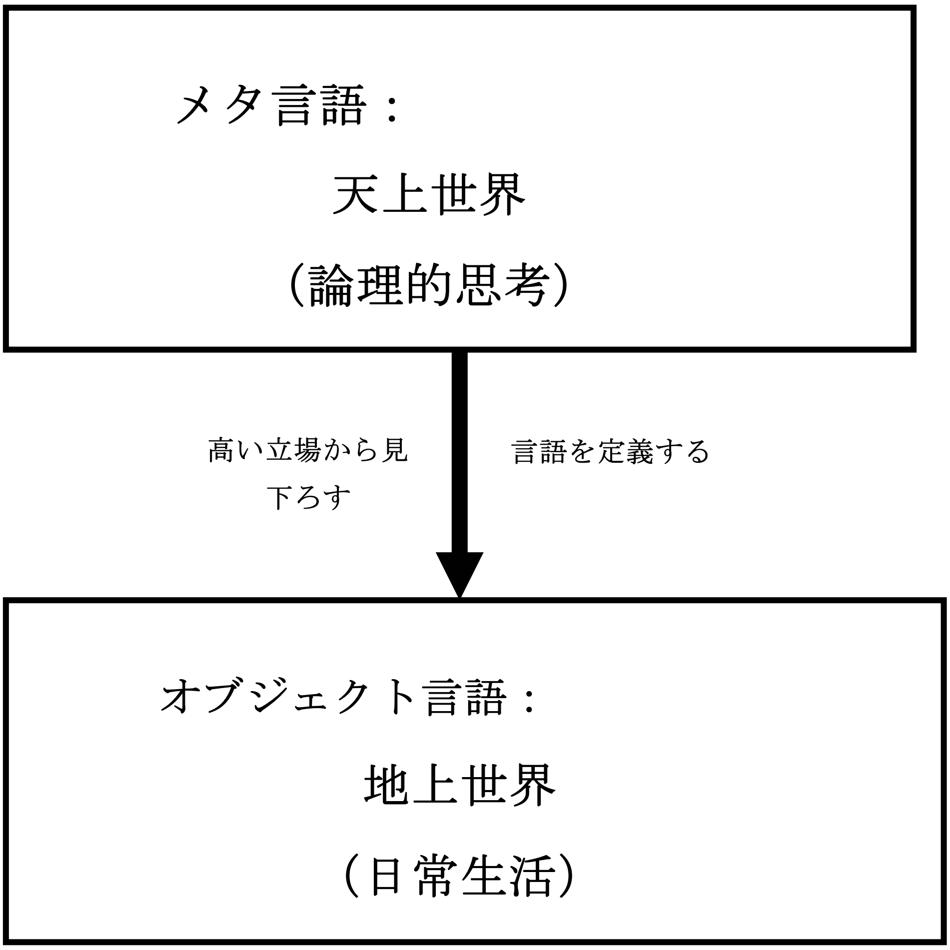
（新田義彦）

事例シート

題材分類	高数基

添付図表

図１．メタ言語とオブジェクト言語の関係を示す図



出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

題材分類	高数基

題材主題	預金を倍に増やす期間は？
副題	金融における「70 の法則」

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学基礎	（２）社会生活における数理的な考察	ア　社会生活と数学		
高校数学Ⅱ	（３）いろいろな関数	イ　指数関数と対数関数	（イ）指数関数	
高校数学Ⅲ	（２）微分法	ア　導関数	（ウ）三角関数・指数関数・対数関数の導関数	

学習内容のキーワード	指数関数　　自然対数の底 e	活用場面のキーワード	預金計画　ローン計画

題材とその活用場面

低金利時代が続く昨今では、預金を２倍にできるような商品にはなかなかお目にかかれなくなっています。実は、金融関係には「70 の法則」というものがあります。これを用いると、預金が２倍になる年数を、利率から簡単に計算することができます。この「70 の法則」のしくみには、指数関数や自然対数の底である e がかかわっています。

指数関数や自然対数などの学習は、利息などを簡単に算出するシステムの中に活用されています。

説明

たとえば、「中学校卒業時までに貯めた 20 万円を銀行などに預けて、大学を卒業する７年後までに２倍にしたい」と計画するとします。どのくらいの年利率（複利）の商品があったら実現できるのでしょうか。

実は、銀行などの金融関係には「70 の法則（0.72 の法則という場合もある）」があり、これを用いると、次のように簡単にその結果が得られます。70÷７＝10

つまり、年利 10%の商品があれば可能となります。１年後、２年後･･･といった複利計算を頭に思い浮かべた人にとっては、信じられないほど簡単に求められてしまったわけです。「70 の法則」のしくみは次のとおりです。

かりに、年利率が r %で、預金が２倍になるまでにかかる年数を a 年とします。（r は百分率表示ではないこととします。たとえば年利率 10%ならば、r＝0.1 になります）

すると、　$B = A(1+r)^a$　･･･　①　　　（Aは元金、B は a 年後の預金額です）

B＝２A ですから、①の式に代入し、両辺を A で割ると、　$2 = (1+r)^a$　という式になります。

ここで a を、未知数 x を 100r で割ったものに置き換えます。すると、②の式が得られます。

$$2 = (1+r)^{\frac{x}{100r}} \quad \cdots \quad ②$$

②の式は、変形して、　$2 = \{(1+r)^{\frac{1}{r}}\}^{\frac{x}{100}}$　となります。　（X^{ab}＝（X^a）^{b}より）

高校数学Ⅲでは、$(1+r)^{\frac{1}{r}}$ は、r の値が限りなく０に近づくと、自然対数の底 e の値（≒2.71828）に近づいていくという学習もします。したがって、③の式が得られます。　$2 = e^{\frac{x}{100}}$　･･･　③

指数関数表を用いて調べると、③の等式を満たす $\frac{x}{100}$ はおよそ 0.7（＝70%）になることがわかります。

「70 の法則」の 70 はこのようにして得られた値です。

超低金利時代の今、年利 0.25%の普通預金に 20 万円預けておいても、それを２倍にするには、70÷0.25＝280 で、280 年もかかることになります。いかに、実用的な利率でないものかがわかると思います。

この法則を使えば、ローン返済の総額についても見通すことができます。

たとえば、銀行から 1000 万円を年利２%で借りたとします。すると、70÷２＝35 となり、35 年でもとの金額のちょうど２倍となります。返済までに 35 年のローンを組むと、借りた額の倍にあたる 2000 万円を銀行に返すことになるのです。　　　　（山崎浩二）

題材分類	高数基

添付図表

出典情報

小島寛之（2003）「数学の遺伝子」，pp.150－154　日本実業出版
溝江昌吾（2003）「上手に生きるための数学便利帳」，pp.30－35，朝日新聞社
紀平正幸・岡成一（2002）「ビジネスに役立つ数学」，pp.90－91，幻冬社

題材分類	高数Ⅰ

題材主題	２次関数と２次方程式
副題	目指せ金メダル　山本先生を超えるためのアーチェリー入門

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
高校数学Ⅰ	（２）２次関数	ア　２次関数とそのグラフ	（ア）２次関数の最大と最小	
中学数学３年	A　数と式	（３）２次方程式		

学習内容のキーワード	２次関数　２次関数のグラフ ２次方程式 ２次関数の最大値	**活用場面のキーワード**	スポーツ（投擲競技） スポーツの科学的トライアル

題材とその活用場面

２次関数や２次方程式は科学・技術の基礎的なところでよく用いられるが、直接一般の人の目に触れる形ではあまり現れません。放物線は地球上で物を投げたときの軌跡ですから実際にはあちこちで見られるのですが、それを意識するのはどんなときでしょうか。アーチェリーは２次方程式の問題を含むことがわかります。

説明

(x,y) 平面上の 点 $(0,c)$ から速さ A m/秒 で水平方向より上向きに角度 θ で矢が放たれたとします。矢の動きを x 方向と y 方向に分けて考え、時刻 t のときの矢の位置を (x,y) とすると $x = At\cos\theta$, $y = -\frac{1}{2}gt^2 + At\sin\theta + c$ と表せます。 $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{(A\cos\theta)^2}x^2 + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}x + c = -ax^2 + bx + c$ は t を消去して x と y の式にしたものです。こうしてみると、アーチェリーの矢の軌跡は $-ax^2 + bx + c$ という形で表される２次関数を考えることに帰することになります。的の座標を (R,S) とすると、的に当たるかどうかの問題は R が $S = -ax^2 + bx + c$ の解になるかどうかを考えることになります。解は $\frac{1}{2a}\left(b \pm \sqrt{b^2 + 4a(c-S)}\right)$ ですから、R になるべき解は $\frac{1}{2a}\left(b + \sqrt{b^2 + 4a(c-S)}\right)$ であることがわかります。この値は

$$\frac{A^2\cos^2\theta}{g}\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \sqrt{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{2g(c-S)}{A^2\cos^2\theta}}\right) = \frac{A^2\cos\theta}{g}\left(\sin\theta + \sqrt{\sin^2\theta + \frac{2g(c-S)}{A^2}}\right)$$

となりますから、これが R になるような A と θ を決めればよいことになります。 実際の競技では $c \approx S$ ですから、

$$R \approx \frac{A^2\cos\theta \bullet 2\sin\theta}{g} = \frac{A^2\sin 2\theta}{g}$$

・・①となります。 また、競技時には距離 R と競技者の技量に依存する A は矢を射つ前に決まっているので、この式はどのくらいの角度で狙えばよいかを示していることになります。

参考のために、アーチェリーの競技は、 18m, 30m, 50m, 60m, 70m, 90m 等の距離で試合を行います。

(鈴木俊夫)

題材分類	高数Ⅰ

添付図表

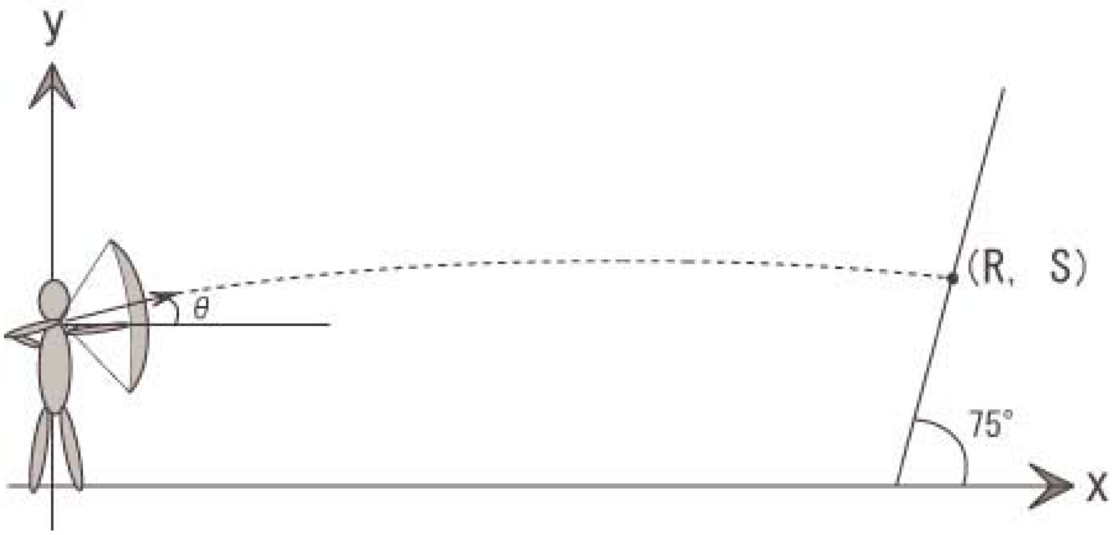


図１　矢の軌跡を含む平面を考える

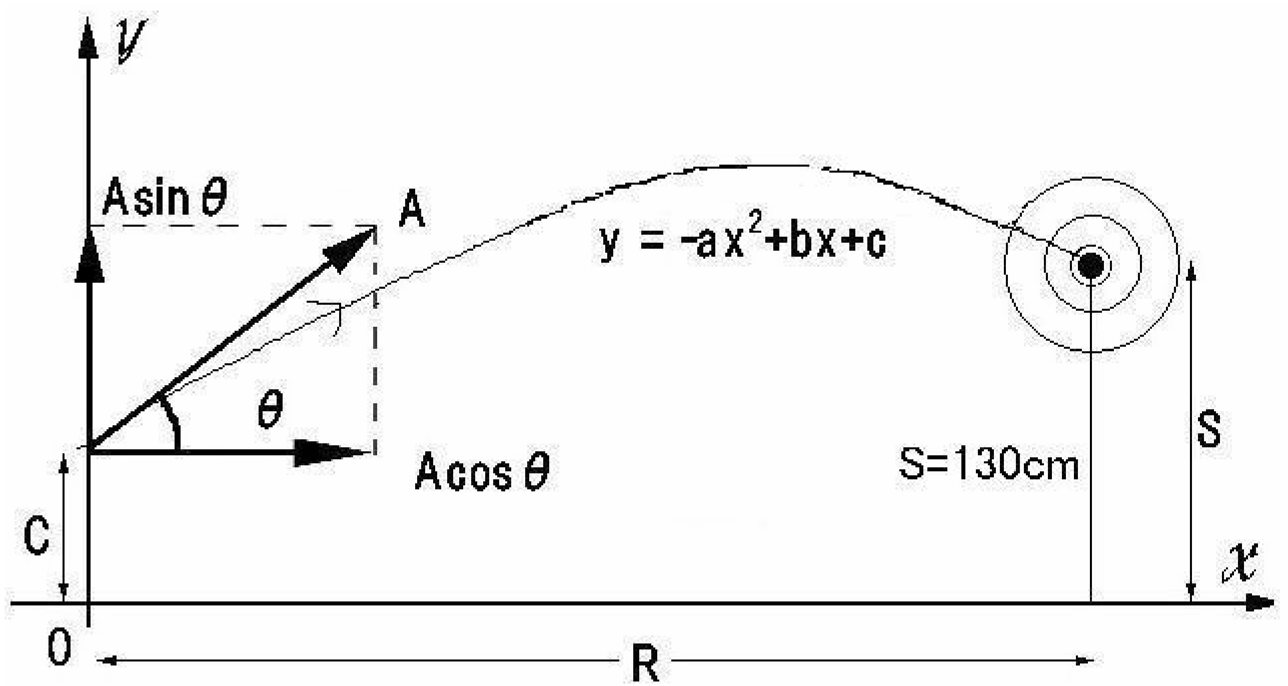


図２　放たれた矢の進む方向を水平方向と垂直方向に分けて考える

矢が飛んでいく時の最高の高さ： $-ax^2+bx+c=-a(x-\dfrac{b}{2a})^2+c+\dfrac{b^2}{4a}$ と表せますから、

$c+\dfrac{b^2}{4a}=c+\dfrac{A^2\sin^2\theta}{2g}$ が最も高いときの高さになります。①から、この値はおおまかには c+$\dfrac{\tan\theta}{4}R$ と

みなせます。山本先生クラスの人ですと A は $50m/$ 秒くらいですが、①を考慮すると A が小さい初心者は θ が大きくなり、地面から高いところを飛んでいくことになります。

出典情報

題材分類	高数Ⅰ

題材主題	因数分解をどう利用されているか
副題	RSA 方式暗号のカギは因数分解

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅰ	（１）方程式と不等式	ア　数と式	（イ）式の展開と因数分解	
中学数学３年	Ａ　数と式	（２）多項式の展開と因数分解	（イ）公式を用いた式の展開、因数分解	

学習内容のキーワード	素因数、因数分解	活用場面のキーワード	素因数分解の難しさイコール（RSA 方式の）暗号の解きにくさ

題材とその活用場面

素数・素因数分解を学習すると、それが単なるパズルで、実際には使われていない、つまらないと言い出す生徒もあります。このような場合、素数や素因数分解が暗号化やその解読に利用されており、素数の性質や、素因数分解の難しさそのものが、暗号の解読のしにくさになっていると知らせることは有効です。ただし、本格的には、ＲＳＡ方式の公開鍵暗号について話せばよいのですが、mod（ulo）の計算などは大学の数学に属するので、より簡単なシーザー暗号や、逆数を利用する程度の暗号にとどめるほうが安全です。

説明

もっとも簡単な暗号はシーザー暗号とよばれ、アルファベットを順にいくつかズラせるものです。数字で言えば、アルファベットを２６個の数字に置き換えておいて、例えば「１」を加えて送ります。「at」なら一つズラして「bu」と送信するのです。これは解読されやすいのであまり使われません。

そこでアルファベットを２９個の数字に置き換えておいて、１は１、２は１５、３は１０・・のように送ると見破られにくくなります（実は、１×１も、２×１５も、３×１０も２９で割るとちょうど１余る）。これには、２９が素数であるという性質が効いています。素数であれば、どんな数に対しても、上の括弧内のように１余る数が作れるので、全ての数字がキチンと送られますが、もし素数でない２７を使ってしまうと、こうは行きません。この場合は、例えば、「３」や「９」が送れなくなってしまいます。

RSA 方式は、大きい数の素因数分解の難しさを使います。ここでは、３３＝３×１１を使いますが、これは二つの素数「３」「１１」を掛け合わせ作っています。この数３３と片方の鍵「３」は公開しておくので、この方式は公開鍵方式とも呼ばれます。なお本当の鍵「７」は、ある自然数ｎに対して次を満たす数です：

「７」＝ｎ×｛（１１－１）（３－１）＋１｝×「３」、ここではｎ＝１です。

この方法で、「３３」までの数を送るには、それを公開されている鍵「３」乗して送ります。受け取ったほうでは、もう一つの鍵である「７」乗して元に戻します。例えば、「５」を送りたければ、まず「５」の「３」乗＝１２５を作り、それを「３３」で割った余り「２６」を送ります。受け取ったほうでは、「２６」を「７」乗して、「３３」で割り、余りを作って、もとの数「５」を割り出します。この方法で「３３」までの全ての数がキチンと送れていることにも「３」や「１１」が素数であることが重要です。

（四方義啓）

事例シート

題材分類	高数 I

添付図表

出典情報

題材分類	高数Ⅰ

題材主題	経済ハフモデルと分数式ないし二次式
副題	集客度を表すハフモデルは分数式ないし二次式の応用

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
高校数学Ⅰ	（２）二次関数	ア　二次関数とそのグラフ		
高校数学Ⅱ	（１）式と証明・高次方程式	ア　式と証明	（ア）整式の除法、分数式	

学習内容のキーワード	二次式、二乗に反比例する関数	**活用場面のキーワード**	集客力、ハフモデル

題材とその活用場面

大型店舗の進出を検討するときなど、実際にハフのモデル（法則といってもよい）が使われています。ハフ自身によるものは、「ある店舗の、ある集落に対する集客力は、店舗面積と集落の人口に比例し、店舗から集落までの距離の二乗に反比例する」というものです。これは二次分数式または、二次式のよい応用例になり、これによって数学が経済や経営戦略にまで応用されていることが見えてきます。

説明

大型店舗の進出や出店計画などにあたって、その影響力は、ハフのモデル（法則といってもよい）によって予測されています。ハフのモデルの大切なところは、集客力は「店舗から集落までの距離の二乗に反比例する」という部分です。いくつかの集落を考えると、集客力自身は二次分数式になります。地点Ｐと集落Ａ、Ｂの距離を｜Ｐ－Ａ｜、｜Ｐ－Ｂ｜とかくと、地点Ｐにある面積Ｓの店舗は（オリジナルの）ハフモデルによると

$$\frac{aS}{|P-A|^2}+\frac{bS}{|P-B|^2}=\text{集客力（a，bは集落A，Bの人口）}$$

だけの集客力を持つことになります（ただし、ＰがＡやＢに近すぎると変なことになります）。このグラフはたまにお目にかかります。また集客力の逆数をとって「集客コスト」とでも言うべきものを考えてみると、これは次のような二次式の和になって、

$$\frac{|P-A|^2}{aS}+\frac{|P-B|^2}{bS}=\text{集客コスト}$$

高校程度のよい応用問題となります。

ただ、一口に、「ハフのモデル」といっても、交通手段の発達などの現実に合わせて、多くの改良型が作られているので注意が肝心です。わが国（元）通産省によるものは、二乗というところを、１．５乗程度としたものです。また、「距離」という代わりに、集落から店舗までの平均所要「時間」としたり、集落を細かく分けて部分部分の和（積分）をとったものもあります。これらの場合は、数学的にはかなり高度な問題となります。

（四方義啓）

題材分類	高数 I

添付図表
出典情報

題材分類	高数Ｉ

題材主題	剰余の計算で乱数が生成できる。
副題	素数と原始根の関係で、合同式により擬似乱数を生成します。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｉ	（１）方程式と不等式	ア　数と式		
高校数学Ｂ	（４）数値計算とコンピュータ	イ　いろいろなアルゴリズム	（ア）整数の計算	

学習内容のキーワード	剰余、合同式、素数、原始根、擬似乱数	活用場面のキーワード	プログラミング、サンプリング、市場調査

題材とその活用場面

パソコンの電源を入れたまま放置すると、しばらくしてスクリーン・セイバーが働きます。これは画面の焼付けを防止するための工夫です。スクリーン・セイバーの模様や座標には乱数が使われていて規則的な動きが起こらないようになっています。また、市場調査のためのサンプリング・データを集めるために乱数が使われますが、乱数は素数と原始根（これは後で説明します）さえわかれば、簡単に作り出されるのです。

説明

乱数は、素数と原始根があれば、乱数を生成することができます。サイコロの数字は１から６の６個ありますが、この６個の数をでたらめに並べる方法について考えましょう。素数は１とそれ自身以外で割り切れない数のことで、２、３、５、７、１１などが素数です。素数の７を使って１から６までの乱数を生成することができるのです。これには素数の７に対する原始根の３が必要です。原始根は乱数の元になる数のようなものです。以下、乱数をつくりだしてみましょう。原始根の３から始めて、この数に原始根の３を掛けていきます。答えが素数の７を超えるときは７の倍数を引き余りを求めます。$3\times3=9$ となって７を超えるので９から７を引いて２とします。$3^3=3^2\times3=2\times3=6$ のようにして求めていくと、６回目で１になります。つまり、素数７から１を引いた数でこの値は繰り返されるのです。≡の記号は合同の記号で、余りが同じだという意味を示します。このようにして、乱数の列 3, 2, 6, 4, 5, 1　が生成されたことになります。一般に、素数 p に対する原始根 r が互いに素ならば、つぎの式が成り立ちます。$r^{p-1}\equiv 1 \bmod p$　（フェルマーの小定理）

パソコンの中ではどのような数値が使われているのでしょうか。S.K.パークと K.W.ミラーは原始根 $a=7^5$,

素数 $M=2^{31}-1$ として，つぎの式を示しました。

$$X_i = 7^5 X_{i-1} \bmod (2^{31}-1)$$

この方法は周期が $2^{31}-2$ となり申し分ないのですが、割り算である $\bmod (2^{31}-1)$ の計算に時間がかかるので、これを改良した IBM 社の RANDU というサブルーチンがあり（1970 年）、その式はつぎのとおりです。

$$X_i = 65539 X_{i-1} \bmod 2^{31}$$

(西山豊)

事例シート

題材分類	高数 I

添付図表

$3^1 = 3$
$3^2 = 9 \equiv 2 \bmod 7$
$3^3 = 2 \times 3 = 6$
$3^4 = 6 \times 3 = 18 \equiv 4 \bmod 7$
$3^5 = 4 \times 3 = 12 \equiv 5 \bmod 7$
$3^6 = 5 \times 3 = 15 \equiv 1 \bmod 7$

このようにして擬似乱数の列 3, 2, 6, 4, 5, 1 が求まります。

表１．１から６までの乱数

p (素数)	r （原始根)
3	2
5	2，3
7	3，5
11	2，6，7，8
13	2，6，7，11

表２．素数と原始根の例

S.K.パークと K.W.ミラーは原始根 $a = 7^5$，素数 $M = 2^{31} - 1$ として，つぎの式を示しました。

$$X_i = 7^5 X_{i-1} \bmod (2^{31} - 1)$$

IBM 社の RANDU というサブルーチン（1970 年）はつぎの式を用いています。

$$X_i = 65539 X_{i-1} \bmod 2^{31}$$

表３．パソコンの乱数

出典情報

(1) S. K. Park and K. W. Miller, 1988, Random number generators: Good ones are hard to find, Communication of the ACM, Vol.31, pp.1192-1201

題材分類	高数Ⅰ

題材主題	土地を測量するのに何回測るか
副題	三角比の測量への応用

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅰ	（３）図形と計量	イ　三角比と図形	（ア）正弦定理、余弦定理	

学習内容のキーワード	余弦定理、	活用場面のキーワード	土地の測量、光波測距儀

題材とその活用場面

土地の形状を確定するために、土地を何個かの三角形に分けて、その辺の長さを計測します。このとき、どのように計測が行われるのでしょうか？　また、三角形一つに計測は何回行われるのでしょうか？土地の計測には、三角比の学習が深く結びついています。

説明

もともと、幾何学の起源は、エジプトでの土地の計測でした。ですから、土地の計測と数学は切っても切れない縁にあるといえます。

現在、土地の計測と最も深い関係にあるのが、三角比です。

土地の計測に現在使われているのは光波測距儀で、これは、正確な 2 点間の距離を測量することができます。しかし、実際の測量では、その 2 点Ａ、Ｂの間に建物や塀の障害物があって、直接測れるとは限りません。

その場合には、その２点Ａ、Ｂとは別の点 C で、ＡＣとＢＣに障害物がない点Ｃを探して、Ｃに光波測距儀を設置します。そして、ＣＡとＣＢの正確な距離と∠ＡＣＢの角度を測量します。

これらの情報と余弦定理からＡＢの距離が求められることになります。

また、角度と余弦定理を用いる方法により、障害物のない更地の場合には、三角形の場合、辺の長さの計測の回数は、2 回で済みます。四辺形の場合は、3 回で済ませることができます。光波測距儀という長さと角度を正確に測定できる道具の出現によって、三角比の学習がすぐに測量に生かせるようになったのです。

2 つの辺と角度から面積も容易に計算されるようになったので、地積図も三角形の高さを書かなくてもできるはずですが、今なお地積図は変わりません。これは、「底辺×高さ÷２」の式が誰にでもわかるからです。

（岡部恒治）

事例シート

題材分類	高数Ⅰ

添付図表

図１　　２つの辺の長さａ、ｂと角度αからｃの長さが求められる。

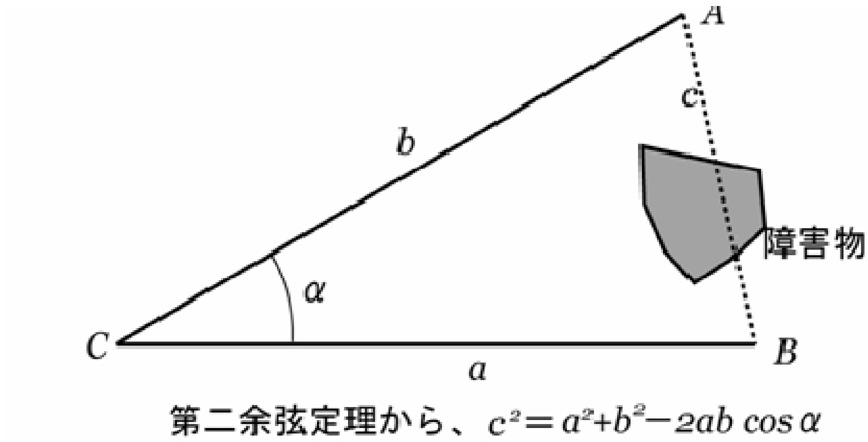
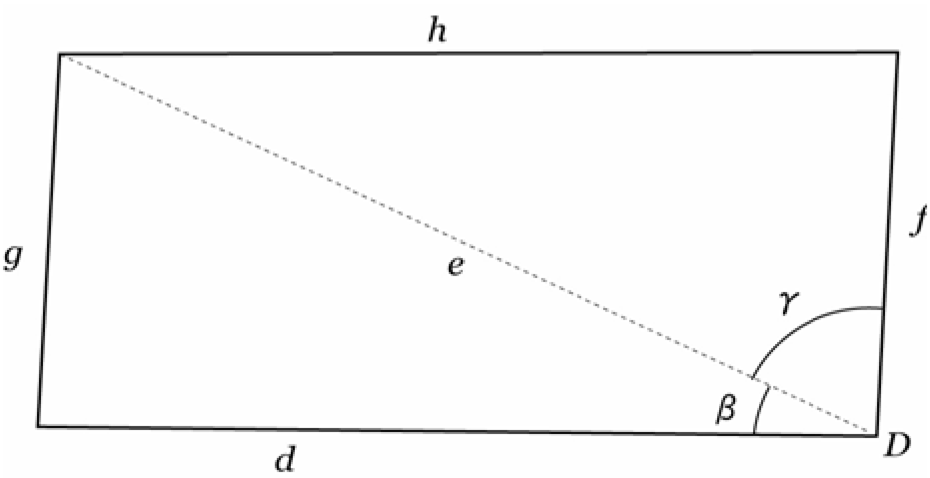


図２　下の四辺形の場合、Dに光波測距儀を設置して、ｄ、ｅ、ｆの長さと角度βとγを測れば、ｇ、ｈも求められる。



出典情報

事例シート

			題材分類	高数Ⅱ

題材主題	バーゲンセールで得をしよう
副題	一次不等式を利用して最大値を求める

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
数学Ⅱ	（２）図形と方程式	ア　点と直線	（イ）直線の方程式	

学習内容のキーワード	不等式、領域、最大	活用場面のキーワード	与えられた条件の下での最大最小を考える

題材とその活用場面

帰り道などで、偶然バーゲンセールに通りかかることがある。そんなとき、何を何個買うのがよいかわかるとよい。一次不等式や直線のグラフの活用は、こうした場面で役立つことがわかります。

説明

ある日のバーゲンセールでは、次のように表示されていた。

洗剤　通常250円が、150円。

石けん　通常150円が、100円。

（備えつけの袋に１人１袋限り、詰め放題）

財布を調べると、1000円までなら買うことができる。また、袋には洗剤だけなら５個、石けんだけなら12個入ることがわかった。それぞれ何個買うと最も得をするか考えてみましょう。

洗剤をｘ個、石けんをｙ個買うとすると、代金は1000円以下であるから、

$$150x+100y\leq 1000 \quad \cdots①$$

次に、洗剤１つは袋の容積の$\frac{1}{5}$、石けん１つは袋の容積の$\frac{1}{12}$を占めるから、容積の条件は、

$$\frac{1}{5}x+\frac{1}{12}y\leq 1 \quad \cdots②$$

これらをグラフに表すと、次ページ図1のようになる。

一方、このバーゲンセールで買い物をすることによって得する金額は、洗剤１個につき100円、石けん１個につき50円であるから、洗剤をｘ個、石けんをｙ個買ったときに通常より得する金額の合計ｓは、

ｓ＝100ｘ＋50ｙ　…③

である。この問題は①と②を同時に満たす領域（図の斜線部の格子点）でｓの最大を求めることである。

それは③を変形した直線 $y=-2x+\frac{s}{50}$ について、ｙ切片が最大となることに他ならない。

図のように、これは直線が（２，７）を通るときのｓ＝５５０であるから、洗剤２個と石けん７個を買ったとき代金が通常より５５０円安くなり、最も得をしていることになる。

（石田唯之）

題材分類	高数Ⅱ

添付図表

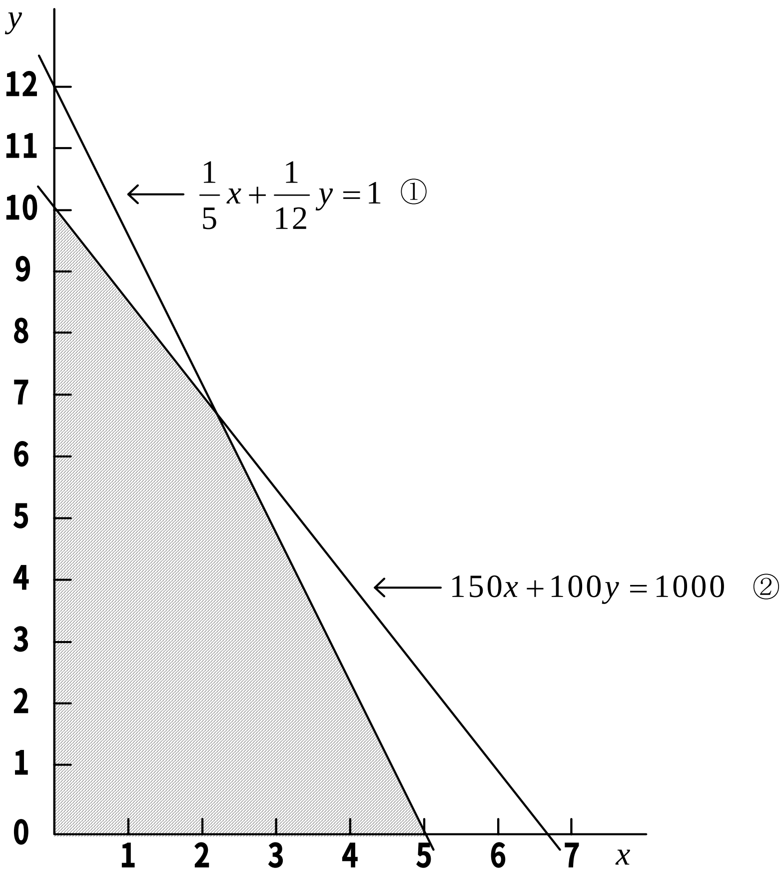


図 1

出典情報

事例シート

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	パーティで赤字を出さないために。
副題	不等式と領域の考えを用いて、最低出席者人数を求める。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ	（２）図形と方程式	ア　点と直線	（イ）直線の方程式	

学習内容のキーワード	領域・不等式・線形計画法	活用場面のキーワード	日常で２変数に制限がある時の最小値を求める

題材とその活用場面

私たちは、日常あるパーティなどを企画したとき、決められた予算内で何人出席者が集まれば赤字を出さなくてすむのかを求めることが必要になります。例えば、男子の会費と女子の会費が決まっていて、男女の出席人数がだいたい予想がつくときなどは、それぞれの人数を文字で表して不等式を作り、その不等式の表す領域で考えていくと、パーティで赤字を出さなくてすむ最低出席者数を求めることができます。このような問題を線形計画法の問題といい、不等式と領域の学習は日常の問題の解決に活用されています。

説明

例えば、30 万円以上の予算で、あるパーティを計画しました。

男子の出席者数は女子より多いが、その２倍は超えない予定だとします。会費を男子 7000 円、女子 6000 円としました。このパーティが実施できるための最低出席者数は男女合わせて何名か求めてみましょう。

男子の出席者数をｘ人、女子の出席者数をｙ人とすると、

男子の出席者数は女子より多いがその２倍は超えないから、

$$y < x \leqq 2y$$

したがって、$y < x$…①,

$x \leqq 2y$…②となります。

また、会費については、

$$7000x + 6000y \geqq 300000、$$

したがって、$7x+6y \geqq 300$…③となります。

ここで、不等式①，②，③を同時に満たす領域は図の斜線部分になります。この範囲内のｘ、ｙ座標がともに整数である点で、$x + y$ の値の最小値を求めればよいわけです。

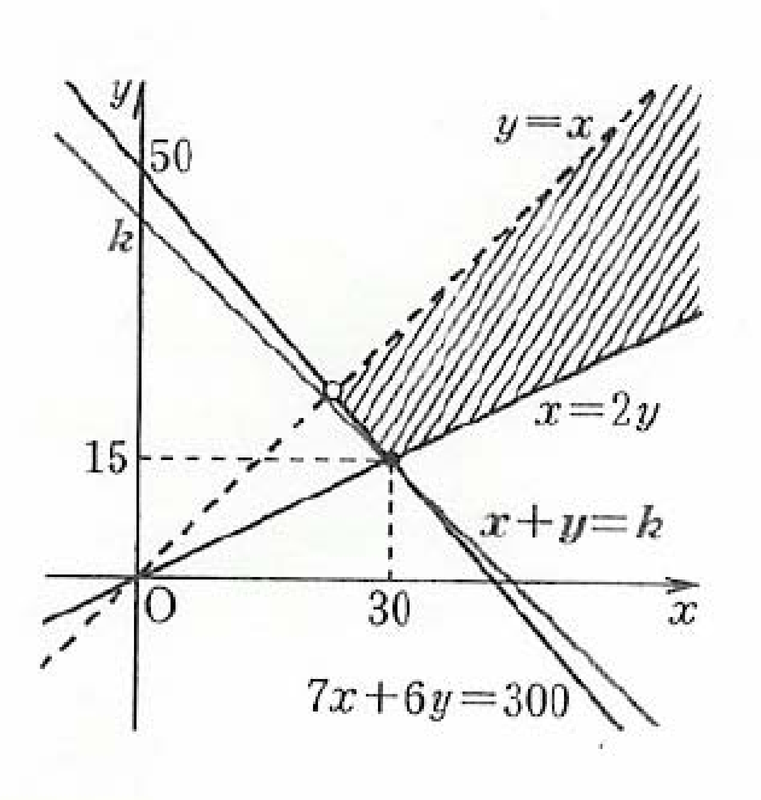
$x + y = k$ とおくと k が最小になるのは図より、直線 $x + y = k$ が点（30,15）を通るときで、$k=30+15=45$ となります。

つまり、赤字を出さなくて済むためには、最低出席者数が４５人いればよいことがわかります。

（八田弘恵）

題材分類	高数Ⅱ

添付図表



出典情報
金沢大学入試問題

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	バウリンガルを支える数学の理論
副題	フーリエ級数の声紋への応用

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ 高校数学Ⅲ	（１）いろいろな関数 （２）微分法 （３）積分法	ア　三角関数 イ　導関数の応用 イ　積分の応用	（ウ）　三角関数の加法定理	発展的学習

学習内容のキーワード	三角関数、フーリエ級数	活用場面のキーワード	声紋の鑑定、バウリンガル

題材とその活用場面

動物の言葉を理解できればどんなに便利で楽しいでしょうか。そんな夢に応えたのが、タカラから発売されたバウリンガルです。これは、「犬語翻訳機」とも言われ、犬の鳴き声をただちに、「おなかがすいたよ。早く帰ってきて」などと変えてしまうものです。このバウリンガルの開発には、数学Ⅱで学習する三角関数と数学Ⅲで学習する関数の微分積分を用いるフーリエ級数というものが使われています。

説明

関数が周期関数（波のように、グラフに繰り返しが現れる関数）のとき、その関数は、いろいろな周期と振幅の三角関数の組み合わせによって近似されます。それがフーリエ級数です。

このフーリエ級数の著しい応用例として、声紋があります。音は空気の波ですから、周期関数になっているのです。この波形を分析することによって、パソコン等の音声入力も可能になりました。

また、声紋の違いから発声者を特定でき、声紋鑑定が有効になります。この技術によって、セキュリティチェックも考えられています。

ただ、この鑑定法は、まだ完全に確立しているとは言い難く、正反対の鑑定が出されたり、冤罪が争われたこともあることを認識しておく必要があります。

さらに、声の分析の技術は、動物の感情の識別にも使うこともできるのではないかと考えた人もいます。動物の様子を観察して、その鳴き声の声紋とそのときの状態を対応させることによって、その感情を声紋で見分けることが可能というのです。このような考え方から、玩具メーカと声紋関係の会社が、(推測される)犬の感情を、話し言葉で小さなディスプレイに表現する商品を売り出しました。これが犬語翻訳機「バウリンガル」です。

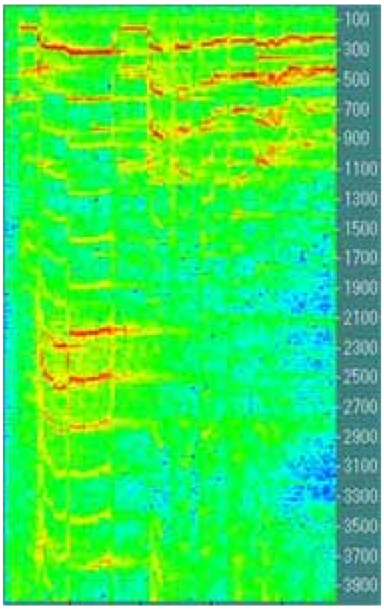
この人間と動物との平和共存を可能にする道具に、米サイエンスユーモアマガジン『The Annals of Improbable Research』誌は、2002 年度の「イグノーベル賞」平和賞を授与しました。「イグノーベル賞」はパロディですが、裏のノーベル賞ともいわれます。

（岡部恒治）

題材分類	高数Ⅱ

添付図表

人気デュオ CHAGE＆ASKA の歌声から以下のような声紋の分析がされている。



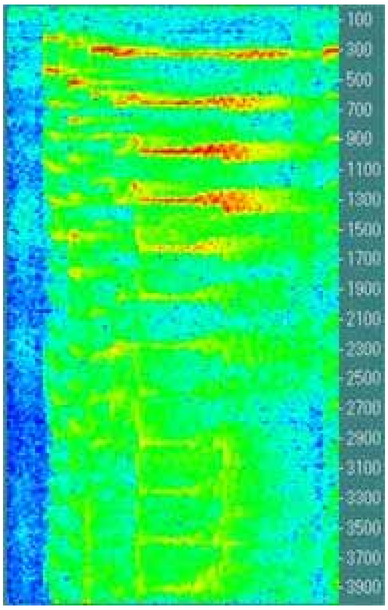
CHAGE の声紋

「終章」の出だし部分”最後の言葉を～♪”の声紋ですが、恐るべし２５００Hz 付近に強い倍音（低い声でも高音がまじって出る）があります。

これが、CHAGE 独特のかん高い声質の正体です。女性でも倍音はよく出ますが、はなれた所に強く出ることは、ほとんどありません。鍛え抜かれたプロだから、なせる技と思います。

CHAGE は､ASKA のビブラートのかけ方と少しちがって､音程のビブラート(ゆらぎ）より音量の強弱によるゆらぎを好んで使います。（横線があまり上下に振動しません。）時に ASKA の様なビブラートを使いますが、技術的な問題では無く好みの問題と思います。

犬笛はダテじゃなかった！



ASKA の声紋

「最後の場面」の最初の”私には～♪”の部分の声紋です。ASKA の場合は、横に４本強く出て、高音はうっすらとですが、かなりたくさん出ています。４本はっきり出る所が、声の太さを表しています。やはり鍛え抜かれたプロの技です。

ビブラートは、伸ばす部分で、最初真っ直ぐで、だんだんと幅が広くなる、音程の変化のゆらぎを好んで使います。

長～く、ゆらぎを効かせて、聞く人を魅了する”ASKA 固め！”の秘密は、ここにもあった！

出典情報

橘高　薫氏のご好意により、橘高氏の声紋分析を引用しました。（http://www.f3.dion.ne.jp/~kint/c&a.htm）

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	マンモスは何年前に生きていたのか？ －^{14}C年代測定法－
副題	指数関数を使って、年代を測定する。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ	（３）いろいろな関数	イ　指数関数と対数関数	（イ）指数関数	

学習内容のキーワード	指数関数	活用場面のキーワード	放射性同位体。半減期。年代測定。

題材とその活用場面

年代測定などでは、炭素の放射性同位体の半減期が 5700 年であることを利用して、古い化石や遺跡が今から何年前のものかを判定します。これは、化石のなかに含まれている放射性炭素つまり^{14}Cの濃度と大気中に含まれている^{14}Cの濃度を調べ、それが $\frac{1}{2}$ の何乗になっているかで、その化石が何年前のものであるかを推定するのです。自然現象の中には累乗によって観察される現象が多くあります。このように、年代判定には指数関数が活用されているのです。

説明

年代には、どちらが、古いか新しいかという関係を表す相対年代と、今から何年前であるということを表す絶対年代というものがあります。１９４０年代から科学の進歩により、絶対年代を測定する方法が開発されてきました。その中に炭素の放射性同位体の半減期を利用するものがあります。

普通の炭素は質量数 12 の^{12}Cですが、質量数 14 の放射性炭素^{14}Cというものがあります。大気中の二酸化炭素の中には、一定の濃度で^{14}Cが含まれています。そして、^{14}Cの半数が窒素にかわるまで、約 5700 年かかります。生きている動植物は、^{14}Cを大気中と同じ濃度で持っていますが、死んだ後はそれを補給することはできなくなり、^{14}Cは約 5700 年ごとに半分になっていきます。

例えば、発掘したマンモスの骨の^{14}Cが大気中の

$\frac{1}{2}$ ならば、5700 年前のもの、

$\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ならば、5700×2＝11400 年前のもの

と推定することができます。

もともとあった^{14}Cの量を１とし、x 年後にその量が y となったとすると、x と y の間の関係は、

$$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5700}}$$ と表されます。

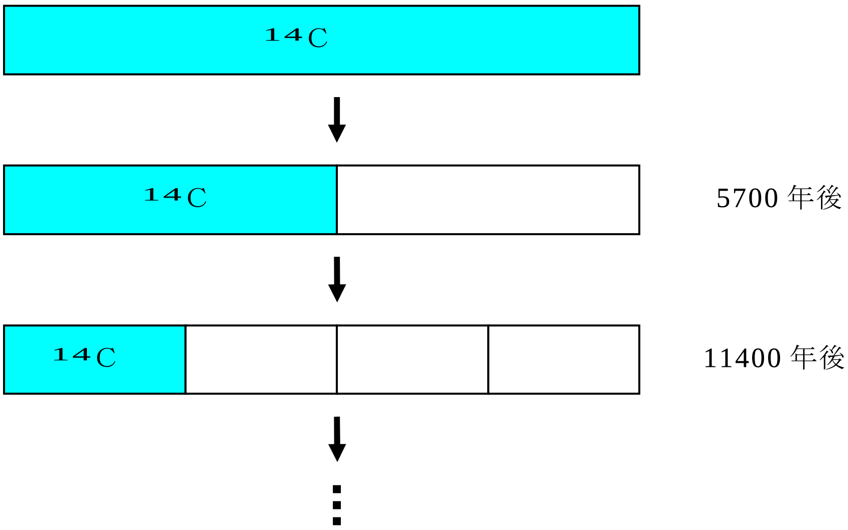
この式を利用して、y の値をもとに、x の値を求め、マンモスが何年前に生きていたかを知ることができるのです。

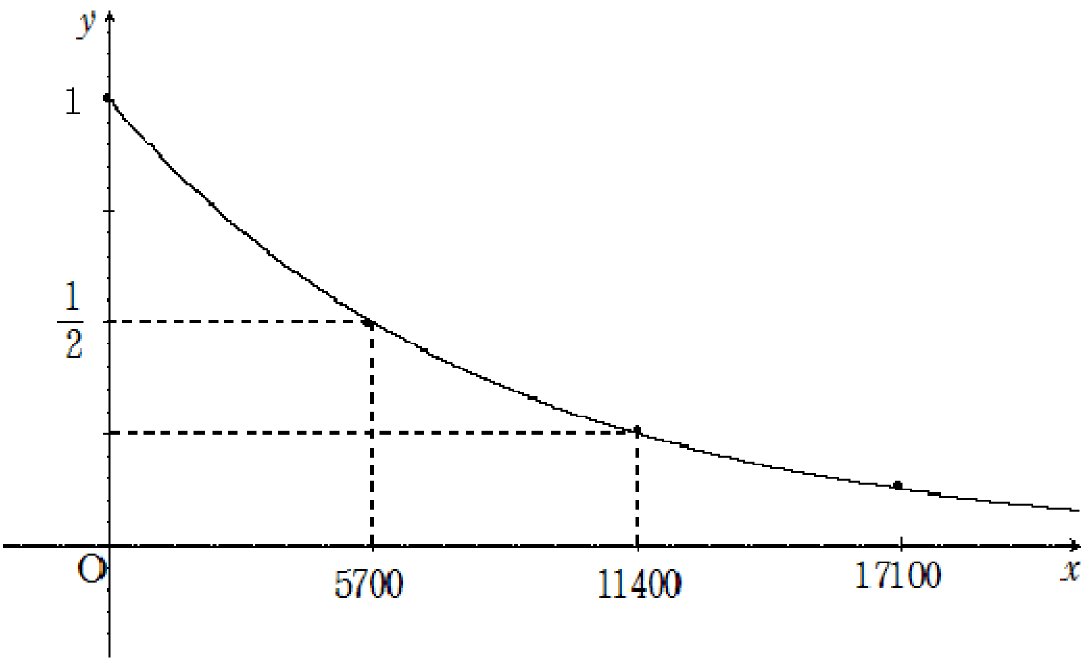
（八田弘恵）

事例シート

題材分類	高数Ⅱ

添付図表





出典情報

芹沢光雄(2000)　「高校「数学基礎」からの市民の数学」日本評論社

事例シート

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	圧縮と三角関数
副題	ミニディスクやコンピュータ画像におけるデータ圧縮と三角関数

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ	（３）いろいろな関数	ア　三角関数	（イ）三角関数とその基本的な性質	
高校数学Ｉ	（３）図形と計量	ア　三角比	（イ）三角比の相互関係	

学習内容のキーワード	三角関数のグラフとその考え方	活用場面のキーワード	画像・音声圧縮 ミニディスク、ＪＰＥG圧縮

題材とその活用場面

数学Ⅱで習う三角関数と、数学Ｉの三角比とは、生徒にとって区別がつけ難く、学習効果もなかなか上がらないこともあります。このようなとき、彼らが興味をもっているミニディスクや（JPEG 方式など）コンピュータ画像圧縮の例を出すと学習によい効果をもたらすことが多いようです。

（Y 社のキーボードシンセサイザーも、この考え方に基づいていますが、現在ではあまり見かけません、また、ラジオの音声送信やテレビのカラーや画像の送信も三角関数のよい応用例です）

説明

これは、よく出題される「　ｙ＝cosｔ＋０．３cos２ｔのグラフを書け　」とういうタイプの問題の逆になっていて、グラフを与えて、それを表す式を（近似的に）求めるという考え方に基づいています。

まず音が波の一種であることを確認し、グラフを書かせます（最近ではパソコンででもやれます）。画像も、下図のような細い線の集まりと考えれば、一種の波であると考えられ、グラフになります。この波を sin、cos など「標準の波」の組み合わせで表そうというのが圧縮の基本的なアイディアです。まず、グラフから基本になる周波数を見つけます、例えば、それが１０００ヘルツだとすると、１０００ヘルツを表す標準の波 cos２０００πｔのグラフ（数学では sinｔの方が優勢ですが、画像圧縮では cosｔを使います）を（適当にズラせて）与えられた音の波に重ね、拡大または縮小して第一近似を作ります。残った誤差に対して、今度は標準の波を cos４０００πｔに取り替えて、同様な近似を行い、第二近似を得ます。これを繰り返して、

与えられた波＝cos２０００πｔをズラして何倍かしたもの

＋cos４０００πｔをズラして何倍かしたもの＋・・・・

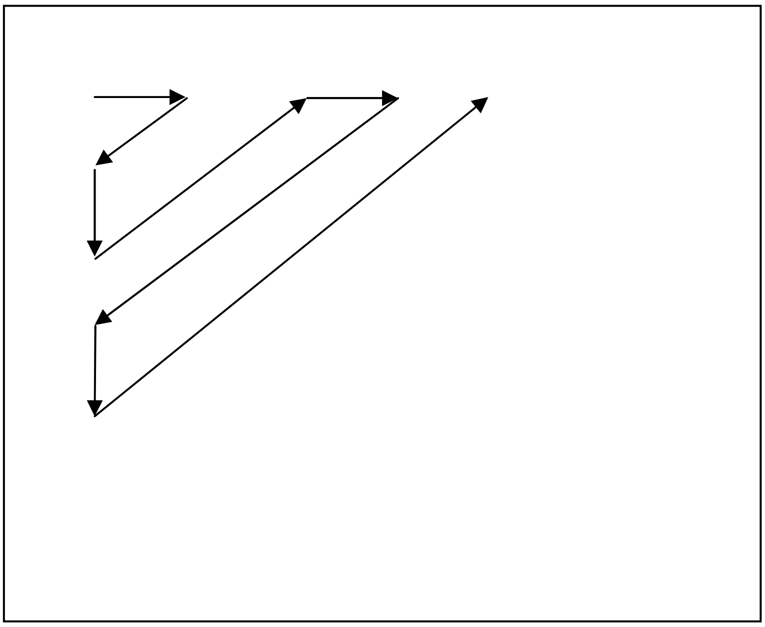
として行くと、標準の波をどれくらい「ズラして」「何倍した」かで、任意の波が近似的に表せることになります。ここで三角関数は三角比の場合のような一つの値としてではなく、波として取り扱われており、標準のグラフとして考える必要があることに注意しておきます。

こうすれば、結局、元の波が標準の波の各々に対して、どれくらいズレていて、その何倍であるかを記憶させるだけで、元の波が近似的に表せることになります。これがミニディスクや（JPEG）画像圧縮の基本原理で、数学ではフーリエ級数展開と呼ばれています。

（四方義啓）

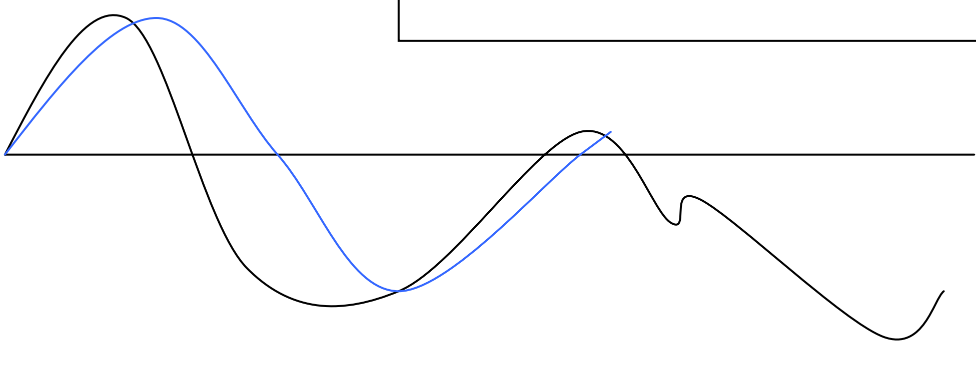
題材分類	高数Ⅱ

添付図表



原画をこのような順序で細い線に分けて、その上での白・黒を波の信号と考える。
これをジグザグスキャンといい、JPEG 圧縮では標準的な技法である。

音や画像の波を、標準 cos 波（青色）で近似する



出典情報

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	三角関数の加法定理がこんなところでも役に立っている
副題	騒音を音で打ち消す技術　振動を振動で抑える技術

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ	（３）いろいろな関数	ア　三角関数	（ウ）三角関数の加法定理	

学習内容のキーワード	三角関数　加法定理	活用場面のキーワード	騒音　振動抑制

題材とその活用場面

音は物理的には波として扱います。また、物体が振動するのも波と同じ様に、共に三角関数を用いた式で表されます。時刻 t の関数として $a\sin(\omega t)$ で表される騒音を打ち消すためには、$-a\sin(\omega t)$ という音をそこへぶつけると足し算されて 0 になります。このアイデアを用いて、車の中の騒音を抑える技術が実用化されていますし、大型のエアコンの風の吹き出し口から発生する音を消す装置も実際に用いられています。幹線道路の防音壁にこれを取り付けて騒音を減らす実験が進んでいたりもしています。厳密に騒音のマイナスの音を作り出すのは無理なので少しずれた音について、理論を追求するときには加法定理が必要になってきます。このように三角関数の学習は、振動や騒音の問題解決に活用されています。

説明

騒音はいろいろな高さの音が混じっていますがそれはいろいろな高さの音がたしあわされていることになります。ひとつの高さの音は、音の大きさ a, 高さを決める定数 ω と時刻のずれを補正する定数 ϕ を用いて、時刻 t の関数として $a\sin(\omega t+\phi)$ と表されます。これと同じ高さの音 $a'\sin(\omega t+\phi')$ を加えて和が小さくなるようにすることが目標になります。どのようにして a' や ϕ' を決めればよいかは次のように加法定理を用いると考えやすくなります。

$$a\sin(\omega t+\phi)-a'\sin(\omega t+\phi')=a\sin(\omega t+\phi)-a\sin(\omega t+\phi')+(a-a')\sin(\omega t+\phi')$$

$$=a\cos(\omega t+\frac{\phi+\phi'}{2})\sin(\frac{\phi-\phi'}{2})+(a-a')\sin(\omega t+\phi')$$

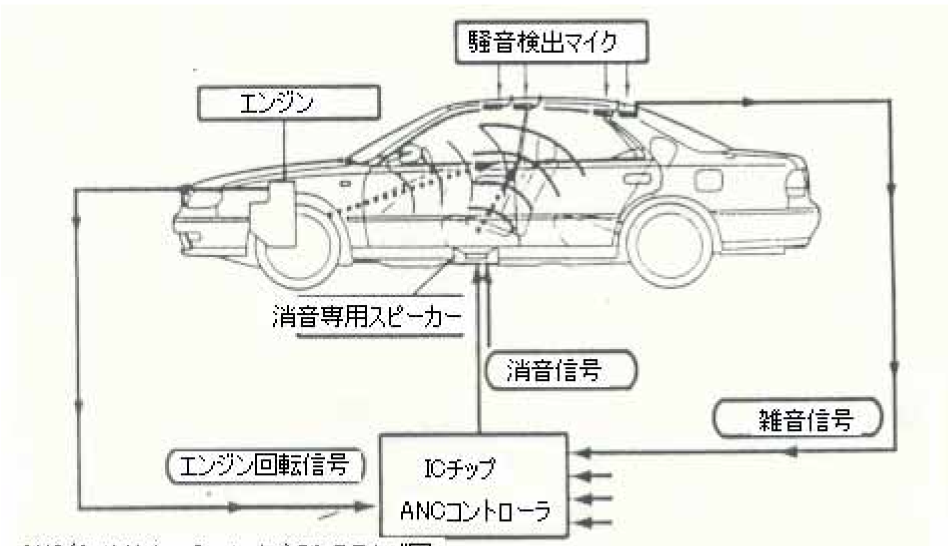
最後の式の第 1 項は $\phi=\phi'$ なら 0 になり、第 2 項は $a=a'$ とすればよいことがわかります。実際に $\phi=\phi'$ や $a=a'$ を実現するのは技術的には困難ですが、これを小さくすることで全体の音が小さく出来る見通しがつきます。

ステレオの対になったスピーカーでこれについての実験をすることが出来ます。片方のスピーカーの入力端子のプラスとマイナスを逆に接続しておき、一方のスピーカーのボリュームは一定にして他方のボリュームを小さい音から大きな音へ変化させていくと音が小さくなるところがあります。それが上記の現象が起こっているところということになります。

（鈴木俊夫）

題材分類	高数Ⅱ

添付図表



ANC(Anti Noise Controler)のシステムズ図

http://www.honda.co.jp/factbook/auto/INSPIRE/200306/03.html　参照

出典情報

（1）山田伸志（1996）「音の科学」pp.129-133,パワー社

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	三角関数の利用
副題	音の調律への音叉の利用

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ	（３）いろいろな関数	ア　三角関数	（イ）三角関数とその基本的な性質 （ウ）加法定理	

学習内容のキーワード	音叉、うなり、調律	活用場面のキーワード	楽器の音の調律

題材とその活用場面

ピアノの調律やギターの調弦などに音叉が利用されている。

説明

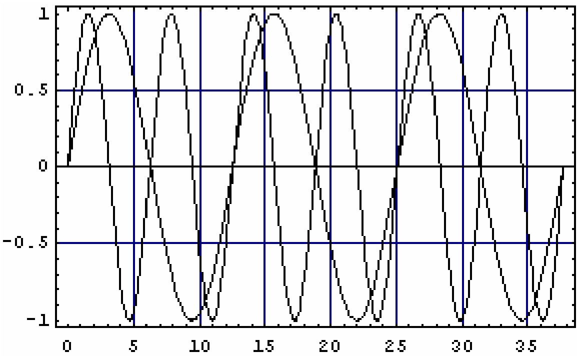
振動数の等しい２つの音叉の、一方の片腕の端に輪ゴムを巻いて振動数をわずかに減らす。このようにした２つの音叉を同時に鳴らすと、ウォーン、ウォーンと強弱を繰り返す音が聞こえる。このような現象をうなりという。うなりは、振幅が同程度で、振動数がわずかに違う２つの音波が重なって（三角関数の合成）、振幅が周期的に大きくなったり、小さくなったりするために起こる。我々は音の振動数を直接に数えることが出来ない。このため楽器の調律にうなりが利用される。例えば、ギターの調弦をするとき、音楽用音叉のＡ音（ラの音、振動数 440Hz）を用いる。この音叉を鳴らしてギターの胴に当て、同時に第４弦のＡ音をはじく。すると、弦と音叉との振動数の差がうなりとして聞こえる。そこでこのうなりが聞こえなくなるように弦を調節すれば、Ａ音が調弦できる。ピアノの調律もこの方法で行われる。

(山内一也)

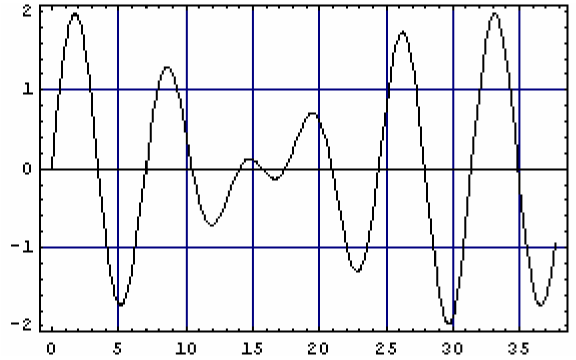
題材分類	高数Ⅱ

添付図表

$y=\sin x$ と $y=0.8x$ のグラフです。



$y=\sin x+\sin 0.8x$ のグラフです。振幅が周期的に大きくなったり、小さくなったりするために起こる現象がうなりである。これは振幅の異なる音波の干渉現象である。



出典情報

単行本（日本語）

藤城敏幸（1998）「生活の中の物理」東京教学社　pp60-62

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	等比級数の和・対数
副題	世界中の国家予算を集めてもまだ足りない？

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ	（３）いろいろな関数	イ　指数関数と対数関数	（イ）対数関数	
高校数学 B	（１）数列	ア　数列	（ア）等差数列と等比数列	

学習内容のキーワード	対数関数、等比数列	活用場面のキーワード	倍々と増えるお金の計算

題材とその活用場面

勝者には望みのものを与えるという将棋の大会がありました。A 君が優勝し、A 君の希望は将棋盤のマス目（マス目は全部で 81 ある）に１円、２円、４円、８円、…と一円玉を乗せて、その合計が欲しいというものでした。さて、主催者はいくら用意したらいいのでしょうか。A 君は欲がないのでしょうかそれとも欲張りなのでしょうか。対数関数や等比数列の学習はこのような場面にも活用されています。

説明

合計金がいくらになるか計算してみましょう。

$$1円＋２円＋４円＋８円＋\cdots＝(1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{80})円$$

なので合計金を x とすると、等比数列の和の公式より

$$x=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{80}=\frac{1-2^{81}}{1-2}=2^{81}-1$$

となります。よって、対数をとって

$$\log(x+1)=\log 2^{81}=81\times\log 2=81\times 0.3010=24.381$$

を得ます。従って、対数の定義より次の不等式が成立します。

$$10^{24}<x+1<10^{25}$$

10^{12} 円が１兆円なので、10^{24} 円は１兆円の１兆倍ということになります。世界中の国の国家予算を集めても足りないことがわかります。

（山内一也）

事例シート

題材分類	高数Ⅱ

添付図表

出典情報

題材分類	高数Ⅱ

題材主題	微分の電卓への応用
副題	電卓の平方根や立方根はどうやって求めているのだろうか？

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅱ 高校数学Ⅲ	（４）微分・積分の考え （２）微分法	ア　微分の考え イ　導関数の応用	（ア）微分係数と導関数	

学習内容のキーワード	グラフ、接線、方程式の解の近似	活用場面のキーワード	電卓計算、平方根、立方根、累乗根

題材とその活用場面

「電卓の平方根や立方根はどうやって求めているのでしょうか？」という副題の問いに答えるには、グラフとその接線の概念が鍵です。方程式からできる関数のｘ軸との交点付近で接線がどんどん近づいていきます。ですから、もっと複雑な方程式でも、この方法は利用できます。電卓を作るためにも微分法の学習が役に立ちます。

説明

方程式の解を近似的に求めることを考えます。たとえば、$\sqrt[3]{5}$は、$f(x)=x^3-5=0$の解ですが、これの近似値を計算するには、古来、開平計算と呼ばれる計算法があります。しかし、微分法を用いると、もっと一般的で計算も速い方法があります。それがニュートン近似法です。

ここで、$f(x)=x^3-5=0$の解は、$y=f(x)=x^3-5$とｘ軸の交点で、この正の解の周りの概形は、図のようになります。ここで、図の$x=a_n$での　$y=f(x)$　の接線とｘ軸との交点のｘ座標をa_{n+1}　としますと、a_nとa_{n+1}の関係は、次の手順で求められます。

まず、$x=a_n$での接線の方程式を作り、その式に$y=0$を代入してｘの値を求めると、それがa_{n+1}となります。この式の場合、次の関係式が出てきます。

$$a_{n+1}=a_n-\frac{f(a_n)}{f'(a_n)}=\frac{2a_n}{3}+\frac{5}{3a_n{}^2}$$

この式に、$a_1=2$ からはじめて、

$$a_2=\frac{4}{3}+\frac{5}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}=1.75,\quad a_3=\frac{2}{3}\times\frac{7}{4}-\frac{5}{3\times\frac{7^2}{4^2}}=\frac{503}{294}=1.710884$$

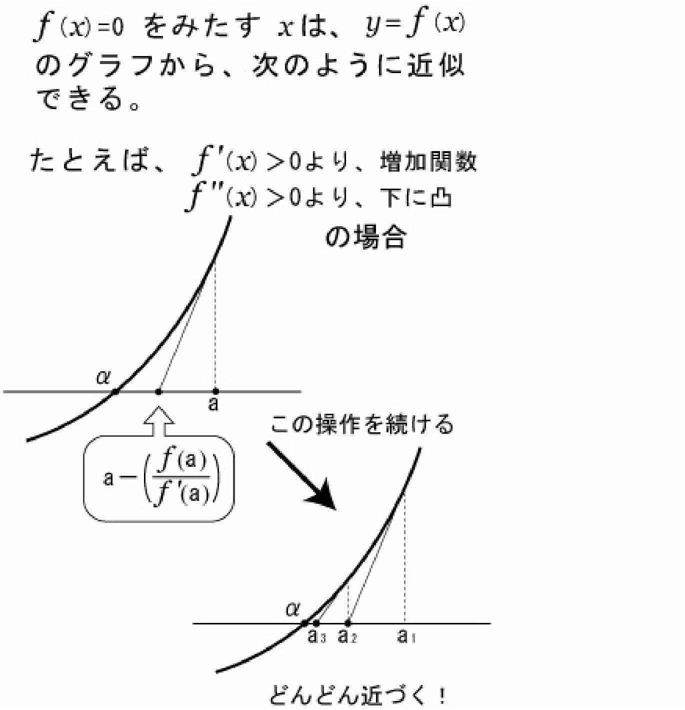
$$a_4=\frac{2}{3}\times\frac{503}{294}-\frac{5}{3\times\frac{503^2}{294^2}}=1.709976428$$

このa_4は、実際の$\sqrt[3]{5}=1.709975947$と小数点以下５桁まで合っています。実は、a_5、a_6、…と計算していくと、合っている桁が倍増していきます！このように、単純計算なのに効率が大変よいので、コンピュータでの近似値計算に用いられています。

（岡部恒治）

題材分類	高数Ⅱ

添付図表



出典情報

題材分類	高数Ⅲ
題材主題	運転しやすい高速道路とはどんな道だろうか？
副題	クロソイド曲線で設計した高速道路

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
高校数学Ⅲ	（２）微分法 （３）積分法	イ　導関数の応用 イ　積分の応用		

学習内容のキーワード	クロソイド曲線、曲率	**活用場面のキーワード**	高速道路のカーブ、曲率円

題材とその活用場面

生活の場にある道路の設計に、いろいろな曲線が活用されている。その中でクロソイド曲線は、高速道路に活用されている。

説明

高速道路には交差点や信号がなく、高速で走り続けることができる。高速道路の線形には、いろいろな大きさの円弧がその地形に対して使われる。この円弧形は半径が大きいほど曲がり方が緩やかである。しかし、直線と円弧を接続したり、半径の異なる二つの円弧を接続してもうまくはいかない。もしそのように接続すると、その接続地点を通過する瞬間に曲がり方が大きく変化するため、ハンドル操作を誤る可能性が高くなり交通事故の原因となる。曲線の曲がり方は、曲率で表される。この曲がり方の度合いが連続して変化する曲線があれば、高速道路に最適である。このような曲線として知られているのが、「クロソイド曲線」または「コルニュのスパイラル（螺旋）」である。フランスのパリ理工科大学の物理学教授であったコルニュは物理光学における回折現象の幾何学的表現のために

$$x=\int_0^t \cos u^2\,du,\quad y=\int_0^t \sin u^2\,du$$

で表される曲線を考えた。自動車が等速度で走るとき、ハンドルを一定の角速度でまわすと、この曲線をえがいて走る。「クロソイド曲線」を初めて高速道路に取り入れたのは、共和国時代のドイツで、第二次世界大戦後には、西ドイツで全面的にこの曲線を取り入れている。我が国で初めて「クロソイド曲線」を道路に使ったのは昭和 28 年、国道 17 号線の群馬県と新潟県の県境にある三国国道の工事と言われている。

（斎藤斉）

題材分類	高数Ⅲ

添付図表

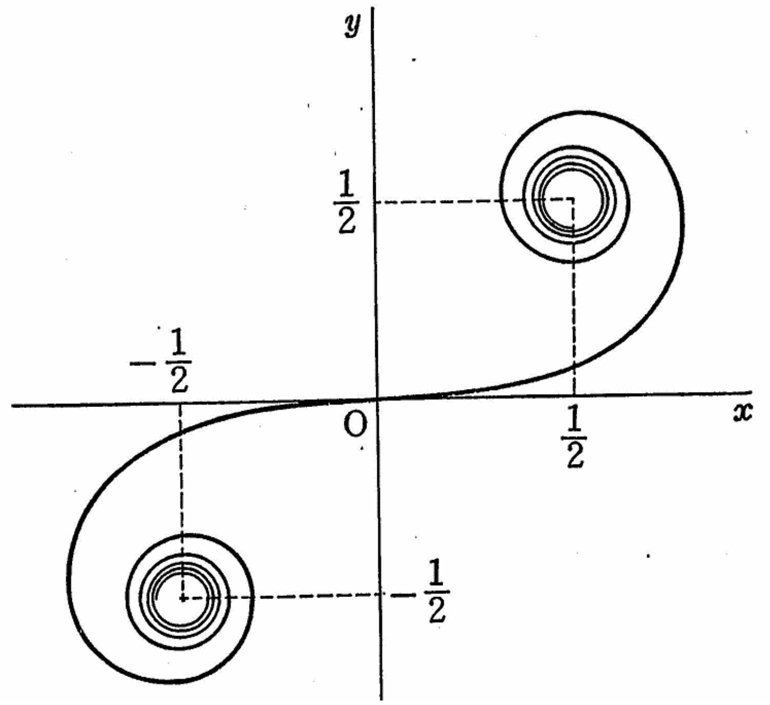


図１　クロソイド曲線

図２　群馬と新潟の境の三国国道にあるクロソイド曲線碑

出典情報

船山良三「数学が好きになる七つの話」実教出版

曲線・グラフ総覧　聖文社

栗田稔「いろいろな曲線」共立出版

題材分類	高数Ⅲ

題材主題	山道のカーブを安全に走るための指標
副題	曲率と曲率半径を知って安全運転

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
高校数学Ⅲ	（２）微分法	イ　導関数の応用	接線、関数値の増減	

学習内容のキーワード	曲率、曲率円、曲率半径	**活用場面のキーワード**	山道でのカーブ

題材とその活用場面

バイクや車で山越えをするとき、カーブに曲率半径が標示されていることが多い。これを知って運転すると安心である。このように曲線の曲率や曲率半径は、道路標識に活用されている。

説明

山道でバイクや車を運転していると、「R=50」とか「R=100」などの標識を見かけます。これは R＝radius（半径）を表わしていて、50＝50ｍを示します。これは「この道路の曲がり具合を円に例えると半径が 50ｍの円と同じ位」という意味です。円に例えるのは物理で習うように、車がカーブで受ける遠心力はこの円の半径に反比例するからです。運転者はＲが小さいときはカーブが急であると判断してスピードを落とし、Ｒが大きいときは緩やかなカーブと判断できます。このような半径Ｒを曲線の曲率半径といいます。

（斎藤斉）

題材分類	高数Ⅲ

添付図表

曲線上に2点P_0, Pがあり、P_0からPまでの曲線の長さをsとする。
Pにおける接線lとx軸の正の向きとなす角をφとするとき、$\frac{d\varphi}{ds}$を点Pにおける曲率という
曲線が $y=f(x)$ で表されるとき、曲率は次のように表される。

$$\frac{d\varphi}{ds}=\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

（証明）合成関数の微分より $\frac{d\varphi}{ds}=\frac{\frac{d\varphi}{dx}}{\frac{ds}{dx}}$

ここで $\frac{ds}{dx}=\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ が成り立つ。また $\tan\varphi=\frac{dy}{dx}$ であるから

両辺を微分して

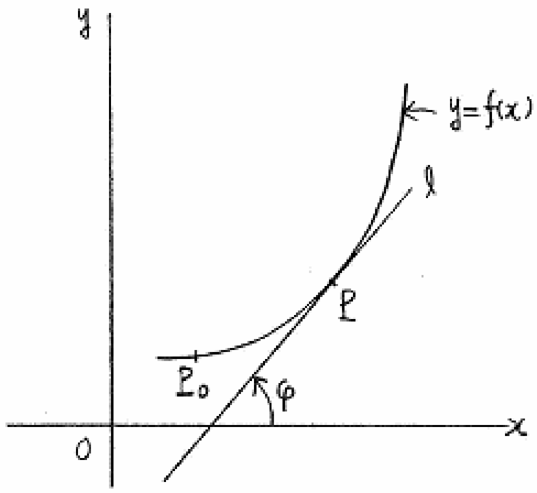
$$\sec^2\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dx}=\frac{d^2y}{dx^2}$$

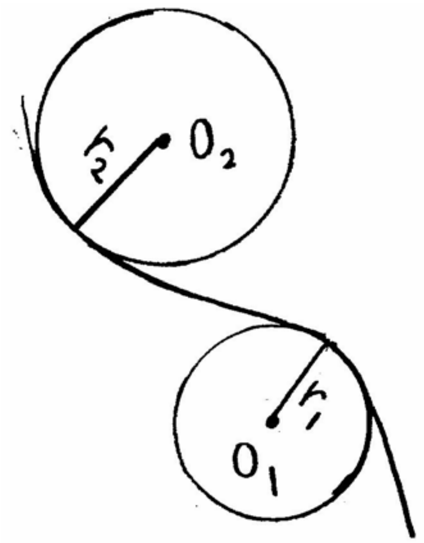
よって $\frac{d\varphi}{dx}=\frac{1}{1+\tan^2\varphi}\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

ゆえに $\frac{d\varphi}{ds}=\frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$ が成り立つ

この曲率の逆数の絶対値が曲率半径とよばれます

すなわち $\frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y''|}$





出典情報

栗田稔「いろいろな曲線」共立出版

事例シート

題材分類	高数Ⅲ

題材主題	微分・積分の応用			
副題	遺跡から発掘された丸木舟の年代測定			
学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ⅲ	（２）微分法	イ　導関数の応用		
	（３）積分法	イ　積分の応用		

学習内容のキーワード	微分、積分、指数関数	活用場面のキーワード	年代測定、考古学等

題材とその活用場面

古代の遺跡から丸木舟が発掘されたとして、その年代の決定方法を考える。丸木舟から放出されるβ線の量を測定する。次に丸木舟と同じ材質の木材を山から切り出し、この木材から放出されるβ線の量を測定する。両方のβ線の量を比較することにより、丸木舟の作られた年代を決定することが出来る。

説明

自然界には、一般に原子番号７の窒素原子^{14}Nと原子番号６の炭素原子^{12}Cが存在する。^{14}Nの原子核に宇宙線が衝突すると、^{12}Cとは異なる^{14}Cが生成される。従って、大気中には２種類の炭酸ガス$^{12}CO_2$と$^{14}CO_2$が混在していることになる。植物が光合成を行うため炭酸ガスCO_2を吸収するとき、この２種類の炭酸ガス$^{12}CO_2$と$^{14}CO_2$を区別することが出来ない。そこで、あらゆる植物は^{14}Cを体内に含むことになる。不安定核^{14}Cはβ線崩壊を起こして、安定核^{12}Cへと変わっていく。初めにあった不安定核の数がちょうど半分になるまでの時間を半減期という。^{14}Cの半減期は約 5, 730 年。

時刻tにおける不安定核の数を$y(t)$とする。時刻tから時刻$t+dt$の間に崩壊する核の数は$y(t)$と時間に比例すると考えられる。比例定数を$-k(k>0)$と置くと、$y(t+dt)-y(t)=-ky(t)dt$が成り立つ。両辺をdtで割って、$dt \to 0$とすることにより、$y'(t)=-ky(t)$が成り立つ。指数関数$y=Ce^{-kt}$はこの微分方程式を満たしていることは容易にわかる。$t=0$のときの不安定核の数をAとすると、この微分方程式の解は$y=Ae^{-kt}$で与えられる。半減期までの時間をt_0とすると、$e^{-kt_0}=\dfrac{1}{2}$より、不安定核の数が$\dfrac{1}{4}$になるのには$2t_o$時間かかることがわかる。よって、^{14}Cの量が$\dfrac{1}{4}$であれば丸木舟は約 11, 460 年前のものであると判定できる。

（山内一也）

事例シート

題材分類	高数Ⅲ

添付図表

出典情報
単行本（日本語） 藤城敏幸（1998）「生活の中の物理」東京教学社　pp110-111

題材分類	高数Ⅲ

題材主題	微分や積分はいろいろなところで使われています。
副題	人口推計で用いられるロジスチック曲線は微分方程式の解

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
数学Ⅲ	（２）微分法	イ　導関数の応用		発展的学習
数学Ⅲ	（３）積分法	ア　不定積分と定積分	（ウ）いろいろな関数の積分	

学習内容のキーワード	微分　微分方程式　積分	活用場面のキーワード	人口推計 生物の集団の個体数の推定

題材とその活用場面

国の人口などのように変化する大きな数は連続した数のようにみなすと、微分や積分の考え方を用いて考察することができます。人口推計や生物の個体数の推定などのときに用いられるロジスチック曲線は、微分方程式の解です。ある瞬間を見たとき人口が増えたり減ったりする要因を式にして表すと人口についての微分方程式がえられます。実際の有様に適合した人口や個体数を計算するにはその変化の要因を正確に表せば、かなり良い推定も可能になる。数学の結果に具体的な意味を対応させてみて本物を考察する、そういうひとつの例です。

説明

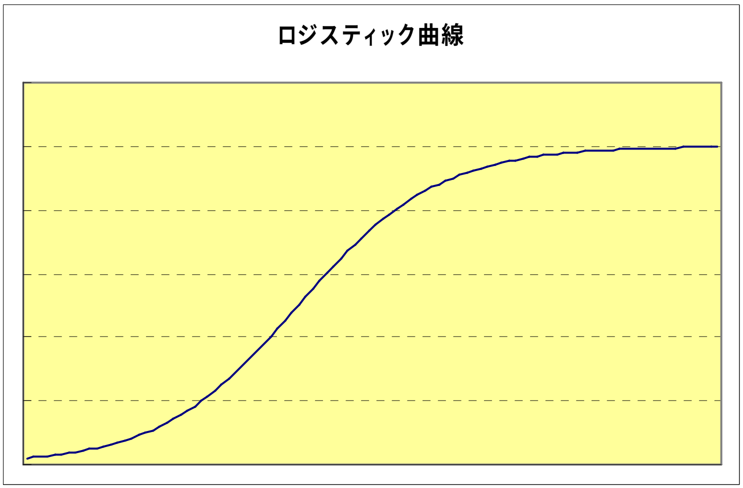
ある時刻ｔでの人口（N(t)）の増減の要因は大まかには、αを増殖率とすると人口に比例して増える要因と人口に比例して競争が激しくなり出生率を抑えたり、流出が起こったりなどによる減る要因があります。増殖率というのは、出生率や、人口が流入する率などを総称しています。増える要因をαN(t)と表します。種内競争係数と呼ぶλを用いると、減る要因はλN(t)×N(t)となります。時刻ｔでの人口N(t)についての式にすると $\frac{d}{dt}N(t)=\alpha N(t)-\lambda N(t)^2$　という微分方程式が得られます。これは $N(t)=\frac{L}{1+me^{-\alpha t}}$ と変数分離法で解くことができ、この式で表される曲線をロジスチック曲線といいます。ここでmは積分定数、L=α／λです。ｔが大きくなると分母は１に近づいていきますから、最大でもＬを超えない人口の式であることがわかります。生物集団の個体数推定などの場合には初期値（積分定数）を与えて、実際にこの解を扱かったりもしますが、人口推計のときは、この形の式になっていると仮定して、実際のデータからＬ，ｍ，αなどを計算して時刻ｔでの値の推計をします。実際に行われたケースとして、1940 年と 1960 年と 1980 年の３年国勢調査のデータを元にして、日本の都市部の人口推計をした例があります。３点でのデータからは　Ｎ（ｔ）＝その年の人口　という式が３つ得られますから、Ｌ，ｍ，αを未知数とする方程式の解が定まります。それによると 1945 年から 1950 年の間の、第２次世界大戦のあとの混乱期を除くと、かなりよく当てはまって 1985 年の値では、推計値と実際の値とは誤差１％程度だったということです。

（鈴木俊夫）

事例シート

題材分類	高数Ⅲ

添付図表



ロジスティック曲線 $N(t)=\frac{L}{1+me^{-\alpha t}}$ は左のようなグラフです。L はグラフの最も高いところを定め、α が変化すると曲線の S 字型の部分が少しずつ変形します。m は左側の t＝０のときの値を定めます。

地球上に何人ぐらい人が住めるかは限界がありますから、増え続けたとしても L が限度となっているこの式はそれなりに説得力があります。動物などが増えたり減ったりする要因というのは細かく見ればたくさんあるのですが、ロジスチック曲線に沿って増えるという例は少なくありません。

N(t)は t が大きくなると上限の L に近づきます。右の表は沖縄が日本に復帰した 1972 年以降、1985 年までの人口（単位千人）です。（総務庁統計局）人口の増加率が減少傾向にあるので、将来、ある一定の上限値に到達することが予想されます。1972 年、1977 年、1982 年の 3 年次の資料を用いて人口の推移にロジスチック曲線を当てはめ、将来予想される上限値を求めると 127,085,000 人という数値が得られます。20 年後の今日、ほぼこの人口になっています。

日本の人口

年次	人口 (千人)	増加率 (%)
1972	107595	
1973	109104	1.40
1974	110573	1.35
1975	111940	1.24
1976	113094	1.03
1977	114165	0.95
1978	115190	0.90
1979	116155	0.84
1980	117060	0.78
1981	117884	0.70
1982	118693	0.69
1983	119483	0.67
1984	120235	0.63
1985	121047	0.68

微分方程式を解く：問題にしている微分方程式は、定数を簡単にすると、$\frac{dN}{dt}=b(1-aN(t))N(t)$ とかけます。

変数分離の形で表すと　$\frac{dN}{(1-aN)N}=bdt$　で、$\frac{dn}{N}+\frac{adN}{1-aN}=bdt$　の両辺を積分すると $\log N-\log(1-aN)=bt-C$　となり、$\log(1-aN)/N=-bt+C$　を変形して、$1/N-a=e^{C-bt}$　より、$N=1/(a+e^{C-bt})=L/(1+me^{-bt})$ と解くことが出来ます。

ここで、$L=1/a$，$m=\frac{1}{a}e^{C}$　となっています。

出典情報

山口喜一編著「人口推計入門」（古今書院）

題材分類	高数Ａ

題材主題	２進数の原理が階段のスイッチに生かされている。
副題	２進数や論理式を学ぶと階段のスイッチの原理が理解できる。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ａ	（２）集合と論理			
高校数学基礎	（２）社会生活における数理的な考察	イ　身近な事象の数理的な考察		

学習内容のキーワード	2進数、論理式、ベン図、ド・モルガンの法則、真理値表、ブール代数	活用場面のキーワード	スイッチ回路、三路スイッチ

題材とその活用場面

ここに階段のスイッチがあります（図１）。夕方になり暗くなって２階へあがるときは，１階のスイッチで踊り場の灯りをつけて２階にあがります。あがってしまうと電灯は必要ないので２階のスイッチで灯りを消します。１階でも２階でも灯りを点滅できるといったスイッチのことは誰しも経験のあることでしょう。さて，この階段のスイッチ，いったいどうなっているのでしょうか。最近はリモコンが大流行ですが、そうではありません。また、１階のスイッチと２階のスイッチがつながっているのでもありません。これは立派な数学の応用で，２進法の原理から考え出された工夫です。

説明

１階のスイッチをＡとし，２つの状態を０と１で表し，２階のスイッチをＢとし，２つの状態を０と１で表します。そのときの灯りの状態で消えているときを０，ついているときを１とします。スイッチＡとスイッチＢ，灯りは２つの状態しかないので，これは明らかに２進数の世界です。スイッチＡ，Ｂと灯りの関係を表１にまとめました。このような表を真理値表といいます。スイッチＡ，スイッチＢはそれぞれ２通りあるので，全体の組合せは $2\times 2=4$ 通りです。また，これをベン図で表現すると図２のようになります。灯りが１のときを斜線の領域で示しました。このベン図で表された領域はスイッチＡとＢがともに０，ＡとＢがともに１のときで，そのとき灯りがつくのです。真理値表では(1)と(3)のときです。これを論理式で書くとつぎのようになります。

灯り$=AB+\overline{A}\overline{B}$

AB は A と B の積を，＋は和を，$\overline{A}$ は A の否定を，$\overline{B}$ は B の否定を意味します。また，このような回路は一致回路とよばれていて、排他的論理和（Exclusive OR，XOR）の否定でもあります。

さて，階段のスイッチには“３路スイッチ”というものが使われていて、１階と２階の間には電線が１本ではなく２本引かれてあります。スイッチＡとＢが０と０のとき，１と１のときというように値が一致するときのみ灯りがつくようになっていて、回路図は図３の通りとなります。

(西山豊)

題材分類	高数A

添付図表

図１．階段のスイッチ（２階）

	(1)	(2)	(3)	(4)
A	0	1	1	0
B	0	0	1	1
灯り	1	0	1	0

表１．真理値表

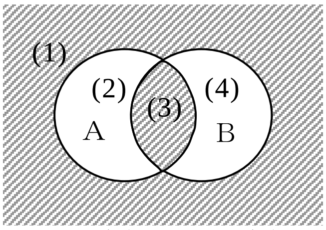


図２．ベン図

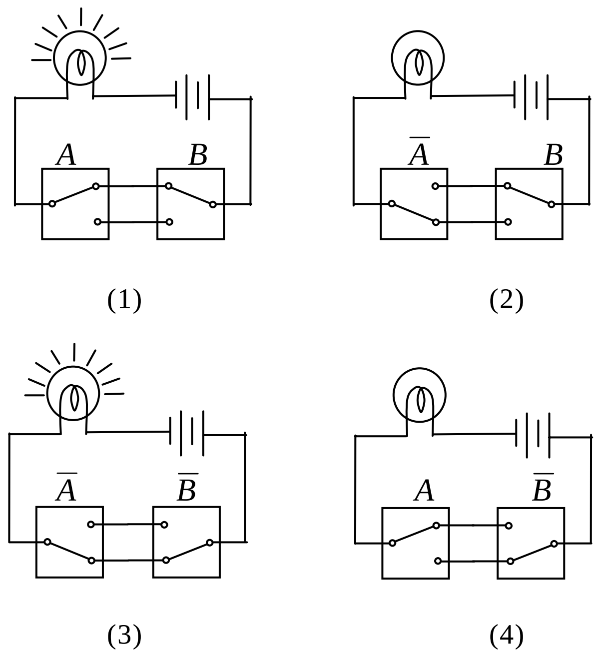


図３．２箇所スイッチ（４つの組合せ）

出典情報

(1)西山豊(1986)「平等なスイッチ」『卵はなぜ卵形か』日本評論社，pp.127-144

題材分類	高数Ａ

題材主題	バーコードの縞模様の仕組みを知っていますか？
副題	白黒白黒のパターンを樹形図や重複組合せで計算しよう。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ａ	（３）場合の数と確率	ア　順列・組合せ		

学習内容のキーワード	個数の処理、樹形図、組合せ、重複組合せ	活用場面のキーワード	日常生活、商業、商品情報、ＰＯＳシステム

題材とその活用場面

商品のどこかにバーコードが貼り付けられているのを知っていますね。これはバーコードの中に商品名や値段などの情報が入っていて、それを瞬時に読み取ることによってレジの人たちの負担を小さくするためのものです。いままではレジの人がいちいちその値を入力していました。バーコードは白と黒の縞模様でできていますが、これはどのようなしくみになっているのか知っていますか。実は個数の処理で学ぶ順列や組合せと深く関係しているのです。また、その考え方が製品や技術に応用されているのです。

説明

普通のバーコードは全部で 13 桁の数字でできています（図１）。左から 2 桁の各国コード（日本の場合は 49）、5 桁の企業コード、5 桁の商品コード、1 桁のチェック・ディジットとなっています。バーコードは白と黒の縞模様でできています。太い線や細い線がありますね。その組合せで数字ができているのです。バーコードの下にある数字は人間が読めるように確認のための数字で、機械はこの数字を読みません。バーコードに直接、値段を入れたものもあります。ところで、このバーコードの縞模様がどのような仕組みになっているか考えたことがありますか？実は、皆さんが勉強している順列や組合せと深く関係しているのです。バーコードを虫眼鏡でみて拡大してみると図２のようになります。ひとつの数字は７つの幅（７モジュールとよんでいます）で、白＋黒＋白＋黒の縞模様でできています。たとえば３という数字は白が１つ、黒が４つ、白が１つ、黒が１つとなっています。これを数式で示すと、$a+b+c+d=7$ を満たす整数解を $1 \le a,b,c,d \le 4$ という条件で解くという問題になります。数え上げの方法で樹形図を描いて何通りできるかわかります。もっと勉強すると、重複組合せとして計算でき、$_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = \dfrac{6!}{(6-3)!3!} = 20$ 通りとなります。６モジュールまたは８モジュールなら何通りとなるかは試してください。

（西山豊）

題材分類	高数A

添付図表

図１．バーコード

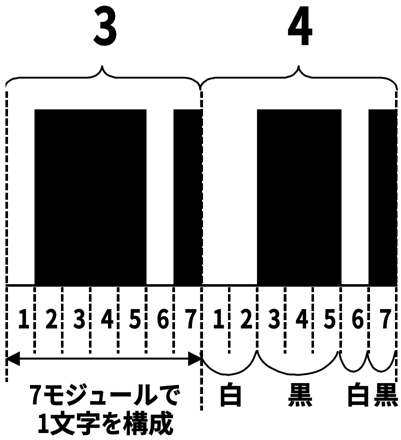


図２．シンボルの構成

出典情報

(1) 西山豊（1991）「バーコード・シンボル」『サイエンスの香り』（日本評論社）、pp. 1-9
(2)日本規格協会(1985)「共通商品コード用バーコードシンボル，JIS X 0501」

事例シート

		題材分類	高数Ａ

題材主題	フロッピーに隅切りされてある理由を知っていますか？
副題	回転、平行、対称移動を利用した図形の重ね合わせ（合同変換）

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ａ	（１）平面図形			
中学数学１年	Ｂ　図形	（１）図形の作成と平面図形の理解	ア　線対称、点対称の理解	

学習内容のキーワード	図形の移動、回転移動、対称移動、反転移動	活用場面のキーワード	日常生活、カードの整理・整頓

題材とその活用場面

フロッピー・ディスクは四角形ですが、どこかの角が隅切りされているのを知っていますか？また、メモリー・スティック、スマート・メディア、ＳＤメモリー・カードなどと呼ばれる最近の小型のメデイアも隅が切られてあります。これらのメディアは、すべて四角形ですが、どうして隅切りがされているのでしょうか。実は、ひとつの隅を切ることによって、裏表、上下、左右の正しい位置を知ることができるという平面図形の知識が生かされているのです。

説明

フロッピー・ディスクはファイルを保存するためによく使います。四角形の形をしていますが、右上隅が隅切りされています。この隅切りには何か意味があるのでしょうか。フロッピーだけでなく、メモリー・スティック、スマート・メディア、ＳＤメモリー・カードなどと呼ばれる小型のメディアにもどこかに隅切りがされています（図１）。これらは決して飾りではなく、大切な意味があるのです。外部メデイアをパソコンに装てんする場合、正しく装てんする必要があります。裏表、上下、左右の間違いがないかを知るために、この隅切りが必要なのです。1960 年代のコンピュータは、入力媒体としてパンチ・カードが使われていましたが、この場合もカードに隅切りがなされていました。アメリカの国勢調査のときに何億とあるカードを整理整頓するのに、この隅切りが応用されたといわれています。裏表、上下、左右のふぞろいであるカードをすばやく正しい位置に戻すために図２のように平面図形の移動の知識が応用されているのです。つまり、隅切りがどの位置にあるかによって、左右反転、上下反転、180 度回転の一回の操作で正しい位置に移動できるのです。メデイアの形が正方形である場合は、隅切りの角度を 45 度ではなく 30 度にするなどの工夫がなされています。

(西山豊)

題材分類	高数Ａ

添付図表

図 1．メディアに刻まれた隅切り

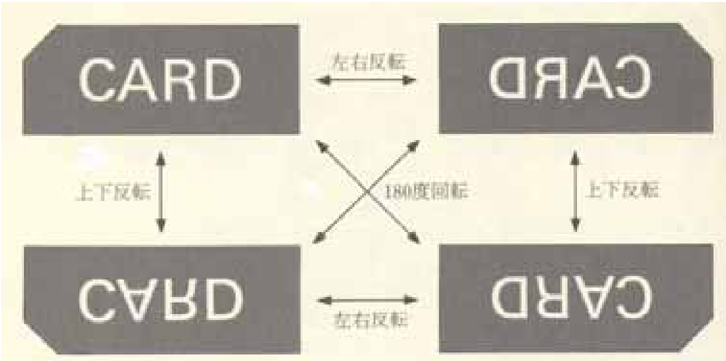


図２．図形の移動（反転、回転、対称）

出典情報

(1) 西山豊（1993）「カードの隅切り」『人とヒトデとサッカーボール』（三省堂）、pp.161－167

題材分類	高数Ａ

題材主題	雨の降る確率と傘
副題	雨の降る確率の値がどれくらいだったら外出時に傘を持参しますか。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ａ	（３）場合の数と確率	イ　確率とその基本的な法則		

学習内容のキーワード	身近にある不確定な事象を数量的に捉える。	活用場面のキーワード	「確率」的な事柄は生活のあらゆる場面で見られます。確率的事象を探し、意味を考えてみましょう。

題材とその活用場面

「確率」は物事の「起こりやすさ、起こりにくさ」を測る尺度ですが、雨の降る確率をもとに確率についての考えを整理してみます。実際に大学生にアンケート調査をし、雨の確率がどのくらいなら傘を持参するか聞いてみました。皆さんの感覚と比べてみてください。また、雨の確率がたとえば 50%のときに傘を持って出かけることは実際にメリットがあるのでしょうか。

確率は生活のあらゆる場面で見られますが、ある事象が起こる蓋然性、確からしさを数量的にどう捉え、どう判断するか。確立･統計の学習は自然現象にみられる事柄にも活用されています。

説明

雨の確率は予報発表後 6 時間以内に当該の地域に 1mm 以上の雨（雪を含む）が降る確率（%）を表わしています。これは、過去の気象情報をもとに同じような気象条件ならば 100 回中何回は雨が降るであろうという割合（%）を表わしています。この数値は雨の降る強さや長さを表わすものではありません。雨の確率が大きいからといってより強い雨になるということではないのです。

さて、実際に 188 名（男子 138 名、女子 50 名）の学生に雨の確率予報が何パーセントなら傘を持参するか聞いてみました。結果のグラフを下にあげておきます。雨の確率予報の値が大きければ傘の持参率も高くなることがわかります。平均値は男性が 51%、女性が 52%でほとんど同じ値でした。

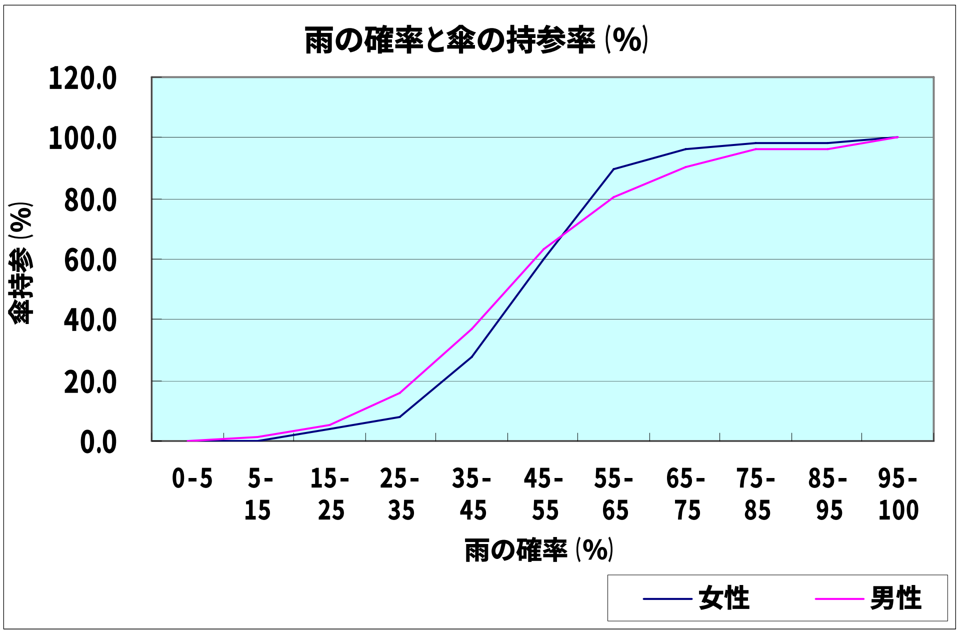
東京で実際に雨（雪）が降る割合は過去 30 年の統計によればほぼ 29%です。このことは、傘を持参せずに外出すれば（すでに雨が降っている場合も含め）雨で濡れてしまう機会が 100 回中 30 回くらいあることを意味しています。したがって、たとえば雨の確率 20%とか、60%という情報はいずれにしても雨についての大きな（貴重な）情報であるといえますが、いかがでしょう。

（松井敬）

事例シート

題材分類	高数Ａ

添付図表



出典情報

(1) では総合的にいろいろな気象情報を得ることが出来ます。(2) は気象予報士の森田正光さんのＱ＆Ａのコーナーなども参考になります。

(1) 気象庁　http://www.jma.go.jp/JMA_HP/jma/index.html

(2) 森田さんのお天気ですか？　http://www.tbs.co.jp/morita/

事例シート

題材分類	高数Ａ
題材主題	家電製品を使いやすくする仕組み
副題	ファジー論理の考え方

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
高校数学Ａ	（２）集合と論理	ア　集合と要素の個数		

学習内容のキーワード	集合、論理、確率、真偽値、測度	**活用場面のキーワード**	感覚の重視、快適性、安全性、安心感、使いやすい家電製品、交通制御、

題材とその活用場面

私達の日常生活は、多くの電気製品に支えられています。電気炊飯器で、おいしいご飯が自動的に炊ける仕組みを不思議議思ったことがありませんか？　外出する時には電車やバスをよく利用しますね。電車やバスが滑らかに発車したり、停車したりすることに感心したことはありませんか？　このような、滑らかに電気を流したり切ったりする仕組みは、「ファジー論理」という原理で実現されているのです。電気を流すこと（ＯＮ）と切ること（ＯＦＦ）の中間に配慮した制御方法が、ファジー論理の原理です。集合、論理、確率、真偽値、測度、などの学習内容は、家庭の電気用品、電車の運転制御などで活用され、現代情報化社会を支えています。

説明

１）電気炊飯器などの電気製品、あるいは電車のモータを、Ｘと記すことにしましょう。

２）モーターＸに電気のパワーＰが流れていることを、Ｘ∈Ｐ　と記すことにしましょう。パワーが与えられていないことは、Ｘ∈/Ｐ　と記します。

３）しかし、「パワーＯＮ」と「パワーＯＦＦ」のいずれか一方のみしかないとすれば、電車の動きはギクシャクしたものになるでしょう。と走ったり止まったりすることでしょう。またご飯も、焦げたり生炊きになることでしょう。

４）このような“ギクシャク”を解消する決め手は、ＯＮかＯＦＦかというキッチリした区別を少し緩めて、ＯＮとＯＦＦの中間の値を取ることを、電気炊飯器や電車のモーターに許せばよいのです。

５）電気が　ＯＮ　（Ｘ∈Ｐ）　を　C_P（Ｘ）＝１、
電気が　ＯＦＦ（Ｘ∈／Ｐ）を　C_P（Ｘ）＝０、
というように表現する関数が、集合Ｐの特徴関数です。

６）特徴関数が０と１の中間を取れるように拡張したものが、Ｆａｚｚｙ集合です。ファジー集合では、
C_P（Ｘ）＝０．５
つまりモーターや炊飯器に半分くらい電気が流れている状態も表現できます。

７）ファジー集合の上に定義されている論理が、「ファジー論理」です。美味しいご飯を炊く電気炊飯器や滑らかに発車する電車のモーターは、ファジー論理により制御されていると考えることができます。ファジー論理は、確率や古典的統計推論の上限と下限の概念の変形に過ぎぬのかもしれませんが、機械の制御を柔軟に行うための数学的技法として画期的なものです。

（新田義彦）

題材分類	高数Ａ

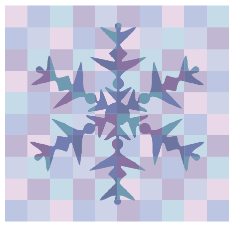
添付図表

古典的集合論：　果物 ∋　りんご、葡萄、イチゴ、蜜柑、柿、桃、瓜、・・・
野菜　∋　ほうれん草、大根、にんじん、トマト、・・・
りんご、葡萄、イチゴ、蜜柑、柿、桃、瓜、は厳密に、果物である。
ほうれん草、大根、にんじん、トマト、は厳密に、野菜である。

ファジー集合論：　瓜とトマトは、果物とも野菜とも考えられる。
つまり
５０％〔果物 ∋　瓜〕　あるいは　５０％〔野菜 ∋　瓜〕
５０％〔果物 ∋　トマト〕　あるいは　５０％〔野菜 ∋　トマト〕

という　考え方を許容する。**柔軟な考え方**を集合論に導入した。

＊ファジー集合論を使うと、

天気予報では、７０％は雨  で　３０％は雪 

のような考え方を素直に、論理処理（計算機処理）できる。

図１．ファジー集合論の考え方

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

題材分類	高数Ａ
題材主題	言葉の魔術に惑わされぬための心得
副題	論理的パラドックス

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ａ	（２）集合と論理	イ　命題と証明		

学習内容のキーワード	集合、論理、真偽値、矛盾、述語論理	活用場面のキーワード	甘い言葉、上手すぎるはなし、ペテン、言葉の魔術、レトリック

題材とその活用場面

巧妙な語り口に乗せられて、不必要な品物を高額で買ってしまったという苦い経験をお持ちではないでしょうか。言葉は魔術です。レトリックは悪用すればペテン（詐欺）となり、ＴＰＯを弁え相手の心を癒すように使えば、楽しいジョークやユーモアになります。ここでは、普段私達が何気なく用いる言葉の論理的な構造を少し正確に把握し、矛盾や詭弁がどのように発生しているか勉強しましょう。論理的な思考方法や相手を説得する論理も身につくはずです。集合、論理、真偽値、矛盾、述語論理、などの学習内容は、日常の会話、ビジネスにける情報伝達、などで活用され、高度情報化社会における円滑な意思疎通を支えています。

説明

１）嘘つきのパラドックス、高階の論理の不完全性によって発生しています。まず、一階の述語論理式について勉強しましょう。

一階述語論理（First-Order Predicate Logic）は、文の意味を項（ほぼ名詞句に対応）と述語（ほぼ動詞句に対応）とに分けて表現します。たとえば、

Computers are foolish.

コンピュータはバカである。

という文は、

Foolish(Computer) あるいは　Be-foolish(Computer)

バカ（コンピュータ）　あるいは　バカである（コンピュータ）

と表現されます。

２）自然言語文の意味を、動詞句（述語）と主語や目的語、補語などの名詞句（項）との関係として分析する形式的手法が述語論理です。項を変数ｘやｙに置き換えることにより、さらに複雑な文の意味も表現できます。たとえば、

「この世の中のすべてのコンピュータはバカである」

は、

$\forall x\ (computer(x) \Rightarrow foolish(x))$

「任意の項目ｘが、コンピュータであるならば、それ（ｘ）はすべてバカである」のように表現できます。

３）“速く走る”つまり“速く（走る）”というように、“述語”を“述語の項”として扱うことができる論理式が「２階の述語論理式」あるいは一般に「**高階の論理式**」です。大変に強力な言語の意味記述力が可能となりますが、高階の論理体系は不完全です。つまり、“定理ではない論理式”を真理の論理式として受け入れてしまいます。また無矛盾性という性質も放棄します。

（新田義彦）

題材分類	高数Ａ

添付図表

前提となる公理系	“∀Φ（正直（Φ）⇒真実（Φ））” つまり“∀Φ（正直（Φ）⇒虚偽（￢Φ））” “∀Φ（嘘（Φ）⇒虚偽（Φ））” つまり“∀Φ（嘘（Φ）⇒真実（￢Φ））” および “∀Φ（嘘（Φ）⇔正直（￢Φ））” 註：“正直（A）” の解釈は、“正直に A と言う” “嘘（A）” の解釈は、“嘘をついて A と言う” “真実（A）” の解釈は、“A は真実である” “虚偽（A）” の解釈は、“A は虚偽である”
正直者の論理	“正直（Φ＝正直）” 註： 解釈は、正直者が、「私は正直に物事を言います」と言明している。
分かりやすい嘘（性質のよい嘘つき）	“嘘（Φ＝正直）”あるいは“嘘（Φ＝￢嘘）” 註１： 解釈は、嘘つきが、「私は嘘は申しません」とか「私は正直に申し上げております」などと白々しいことを言っている。 註２： この式においては、嘘（・）の定義式（公理）から、“Φ＝嘘”あるいは“Φ＝￢正直” が、導出されるから、性質（タチ）がよい。つまり嘘付きは、“素直に分かりやすい嘘”をついたことになる
性質の悪い嘘（ひねりのある嘘）	嘘つきが（悪徳政治家のように）、 「私も嘘は付くということを告白します」などとしおらしいことを言う場合。 註１： 高階述語論理系は破綻する。 註２： “嘘（Φ＝嘘）”ということを言ったが、これは“Φ＝正直”を帰結し、“嘘つきを正直者と誤認する”こととなる。これは論理の矛盾・破綻である。
正直ものが引き起こす論理の矛盾	正直者が、しみじみと 「私も嘘を付くことがあるのでございます」 などと言った場合。 註： 論理の矛盾や破綻が発生する理由は、皆さんが考えてみてください。

図表１．高階論理の不完全性が「嘘つきの論理」を誘起

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

事例シート

	題材分類	高数Ａ

題材主題	砂山で見る時間効率最大問題
副題	アリ地獄など砂山の円錐形は、時間効率最適化問題を可視化する

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
数学Ａ	（１）平面図形			
数学Ⅰ 数学Ⅱ	（１）方程式と不等式 （２）図形と方程式	ア　数と式		

学習内容のキーワード	砂山の円錐形、絶対値のグラフ、平面図形の分割	**活用場面のキーワード**	消防署、営業所などの適正配置

題材とその活用場面

消防署や、会社が、ある地域に配置した支社の営業の効率がどれくらいか測る問題、すなわち、「地域の家庭から連絡があったとき、この配置でどれくらいの時間で駆けつけられるか」という問題を考えます。これは、「平面の領域内の与えられた点Ｐ(１)、Ｐ(２)・・から任意の点ｘまでの距離を一定値以下にできるか」という問題です。この問題自身はＰ(１)、Ｐ(２)・・を結ぶ直線の垂直二等分線を考えれば解けますが、砂山を利用して実験してみせることもできます。実際、領域と同じ形の箱の中に砂を一様に敷いて、Ｐ(１)、Ｐ(２)・・にあたる地点に穴をあけ、そこから砂を流しだせば、アリ地獄の穴と同じような円錐形が作られます。砂が落ちきった後のデコボコの砂山の高さは、支社からの時間に大体比例した双曲線を描きます。

説明

砂など粒体の運動には、まだ十分に解明されていない点もあるのですが、それが円錐形を作って自然に流れ出ることは、実験によっても、アリ地獄などの例を見ても理解できます。円錐形の表面における高さは、中心点Ｐからの距離を表しています。ですから、Ｐ(１)、Ｐ(２)・・からの距離はデコボコの砂山の砂の高さで表わされることになり，中学・高校程度の生徒は結構楽しんでくれます。ただし、あくまで実験ですから、厳密な近似や大きい距離の場合は使えません。

なお、砂山が円錐形を作る理由については、パチンコ球など球体を積み重ねても、ある程度数学的な説明をすることが可能ですが、これによって「なだれ問題」など最先端の問題に発展しなければならなくなる可能性もあるので注意が肝心です。

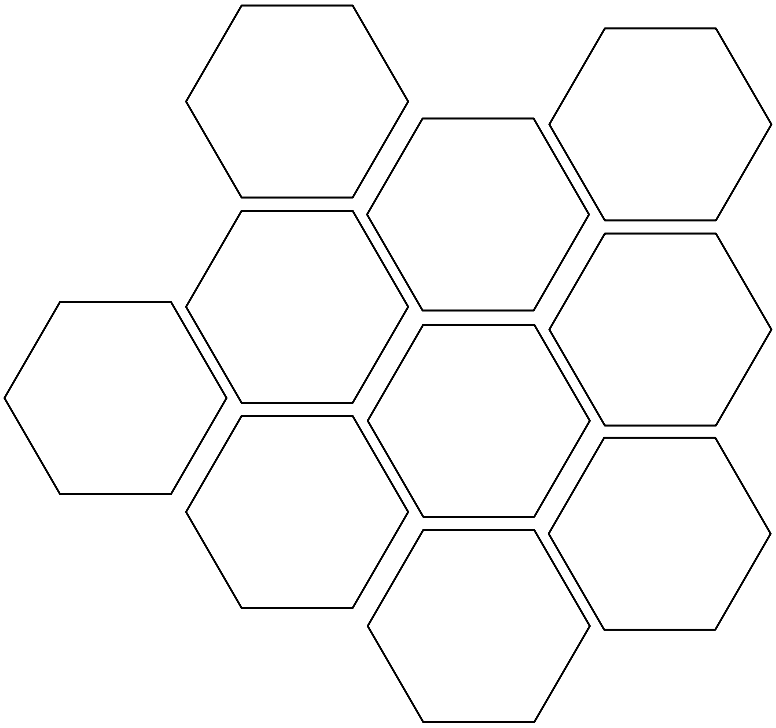
同じ種類の問題に、「支社の配置を最適化せよ」というものもあります。数学的には難しくなりますが、「平面上に、円板をできるだけ効率よく（重なりが少なくなるように）敷き詰めようとする」と答えだけは見えてきます。これらは平面分割の問題とも呼ばれ、答えは「ハチの巣」です。上の問題ばかりでなく筒状のビン等をパッキングケースに詰めるときなどに応用されているのをよく見かけます。

（四方義啓）

事例シート

題材分類	高数A

添付図表



出典情報

題材分類	高数Ｂ

題材主題	Ｗｅｂの仕組みとホームページの作り方
副題	ＷｅｂサーバとＨＴＭＬの考え方

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（４）数値計算とコンピュータ	（イ）いろいろなアルゴリズム		

学習内容のキーワード	活用場面のキーワード
コンピュータ、ネットワーク、ホームページ、ＨＴＭＬ，マークアップ言語	インターネット、WWW、サーバー、クライアント、ＨＴＭＬ、XML

題材とその活用場面

インターネットが多くの人々にとって身近で便利な道具となったのは、WWW（ワールド・ワイド・ウェッブ）というネットワーク運用システム（ＯＳ）のおかげです。WWWがもたらす多くの恩典のうち、最大級のものは、ホームページ機能とメール機能の提供でしょう。ここでは、ホームページ（ＨＰ）の作り方と発信方法を学びます。ＨＰはＨＴＭＬという言語の仕様（取り決め）に従って書くと、WWWの読み出し表示プログラム（ブラウザ）が、あのような魅力的で説得力ある画面として表示してくれるのです。コンピュータ、ネットワーク、ホームページ、ＨＴＭＬ，マークアップ言語、などの学習内容は、インターネット上の種々の情報を効果的に提示する手段として今日の高度情報化社会を支えています。

説明

１）私たちが自分のパソコンを立ち上げ、インターネットに接続しアドレス（ＵＲＬ）を入力すると、ブラウザがアドレス（ＵＲＬ）で指定されたサーバーと交信して、そのサーバーにあるホームページを取ってきて、皆さんのパソコンのディスプレイ画面に表示してくれます。インターネットに接続され、種々の恩典を享受している一般的のパソコンをクライアント（情報受領顧客マシン）と呼び、サーバー（情報提供マシン）と区別します。サーバーも皆さんのＰＣと同様のコンピュータですが、２４時間稼動し、要求を出してきたクライアントに必要情報（ＨＰ情報）を送信する点が、一般のＰＣ（クライアント・マシン）との違いです。皆さんも自分のホームページを作り、適当なサーバーに置いて情報発信ができるのです。

２）ホームページは、適当なツールプログラムやワープロソフトを使って、普通の文書や図表を作る感覚で簡単に作ることもできます。その実体はＨＴＭＬという言語で記述されたデータです。ＨＴＭＬは、ハイパー・テキスト・マークアップ・ランゲージの略称です。ハイパー・テキストとは、テキストを構成する語句が互いに他の語句とリンク（関係を示す論理的な糸）で結びつけることができるという意味です。リンク付けされている語句は、水色で表示されることはご存知でしょう。マークアップは、テキスト中で加工を施したい部分をタグで囲んでマークするという意味です。

３）ＨＴＭＬのタグ付けは、文字の大きさ（フォントサイズ）太字やイタリックなどのスタイル、段落や箇条書き、画像や音声ファイルとの連動、などを指定して、説得力あるＨＰを構成する手段を与えてくれるものです。ＨＴＭＬに従う記述は普通のワープロソフトやテキストエディタを使って記述できます。記述したテキストファイルを、ＩＥ（Internet Explorer）などのブラウザに入力すれば、立体的なＨＰとして表示されます。

（新田義彦）

事例シート

題材分類	高数Ｂ

添付図表

図表１．ＨＴＭＬ記述の例

＜HTML＞
＜ＨＥＡＤ＞
＜ＴＩＴＬＥ＞　This is our Home Page!　＜/ＴＩＴＬＥ＞
＜/ＨＥＡＤ＞
＜ＢＯＤＹ＞
Here we can write any massage or information contents.
＜/ＢＯＤＹ＞
＜/HTML＞

註：　独自のビジネスや研究開発をインターネット上のアプリケーションとして実行したいと考えるユーザにとっては、時にＨＴＭＬの提供する機能仕様では満足できない場合もあります。そこで、オリジナルなタグを自由に定義して利用できる、拡張化型のマークアップ言語ＸＭＬ（Ｅｘｔｅｎｄｅｄ　Ｍａｒｋｕｐ　Ｌａｎｇｕａｇｅ）が開発され提供されています。ＸＭＬはメタ言語として、ＨＴＭＬを定義生成するこができます。今後ＸＭＬは、インターネット上の必須ツール言語として普及することでしょう。ＸＭＬ記述は、ＪａｖａやＰｅｒｌという言語で比較的簡単に実施できます。

図表２．ＨＴＭＬ記述をブラウザ（ＩＥ）により表示した例

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

題材分類	高数Ｂ

題材主題	インターネット上の外国語資料を日本語で読む方法
副題	機械翻訳の原理

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（４）数値計算とコンピュータ	イ　いろいろなアルゴリズム		

学習内容のキーワード	言語、翻訳、置き換え、論理、言葉の計算、自然言語処理、自動翻訳	活用場面のキーワード	インターネット、外国語、翻訳、辞書、文法

題材とその活用場面

インターネット上には、世界各国の人々が書いた貴重な文献資料が登録されています。さまざま検索エンジンを使いうまく所期の情報を入手できたとしても、外国語で書かれているため読解に苦労する場合があります。このような言語障壁を取り除く便利なツールが、機械翻訳システムです。機械翻訳の原理的なメカニズムについて勉強します。言語、翻訳、置き換え、言葉の計算、などの学習内容は、種々の翻訳システムに活用され、インターネットを基盤とする現代情報化社会を支えています。

説明

古典的機械翻訳方式、特に、統語構造変換型（トランスファー型）機械翻訳方式の原理は、下記３点のように要約できます。

（１）入力英文を切断して、句要素、節要素という新しい単位の列に変換する。

（２）各々の要素に構文的役割子（syntactic role）などの言語解析標識を付与する。

（３）各々の要素を「包含・支配関係によるツリー」あるいは「修飾・限定によるリスト」として構造化する。

（４）構文的役割子を手がかりにして、日本語文の骨格に変換する。

（５）構文的役割子に下に属する語句を、対訳辞書を検索しつつ日本語に置換する。

（６）日本語文の構造適合する機能語（助詞や助詞相当語句）を挿入する。

（７）適正な日本語文となるよう整形する。

ここで、「句要素」は日本語の「文節（文素）」にほぼ対応し、「節要素」は日本語の「述語表現」にほぼ対応する言語学的標識である。自然言語文、特に英語文は、単語要素、句要素、節要素、の列（並び）として一般化・抽象化されるが、このような言語学的標識（記号）の列が、パターンです。

（新田義彦）

題材分類	高数Ｂ

添付図表

入力文（入力英語文）

↓

言語知識ベース⇔辞書検索（単語へのタグ付与）⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔形態素解析⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔統語構造解析（句構造・節構造の認識）⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔依存構造解析（修飾限定関係・支配束縛関係の認識）⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔時制・様相解析⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔統語構造変換（語句の順序変換）⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔対象言語語句（いわゆる対訳語）の付与⇔言語モデル表現

↓

言語知識ベース⇔時制様態・その他の形態調整⇔言語モデル表現

↓

出力文（出力日本語文）

註：　‘↓’は上から下に向かう処理の流れを表し、‘⇔’は「言語知識ベースの参照」もしくは「言語モデル表現の生成・参照･変形」を表す。また‘言語知識ベース’は単語・連語・イディオム（慣用句）などの表層的言語要素とその言語学的属性との対応関係を示すパターンの集合である。言語学的属性には、品詞、統語カテゴリ、意味カテゴリ、訳語、などの情報が含まれる。語句と訳語や品詞の対応を与える知識ベースは、「辞書」と呼ばれることがある。また、語句の階層的包含関係などの統語構造知識を与える知識ベースは「文法」と呼ばれることがある。語句の依存関係やそれと関わる語句の意味概念を与える知識ベースは「概念シソーラス（体系）」と呼ばれることがある。

図１：　古典的（英日）機械翻訳の処理メカニズム

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

事例シート

題材分類	高数Ｂ

題材主題	インターネット上の情報探索エンジンの仕組み
副題	情報検索の原理

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（３）統計とコンピュータ	（ア）資料の整理		

学習内容のキーワード	情報検索、ドキュメント・ファイル、転置ファイル、逆関数、計算	**活用場面のキーワード**	検索、探索、インデクス、キーワード、ドキュメント

題材とその活用場面

パソコンを使う目的の大半が、インターネット経由の情報探索にあると言ってもいいでしょう。多くの人が情報探索エンジン（エージェント）に、キーワードをタイプインして、必要情報が記載されているホームページを探索しています。このような検索は一体どのような仕組みで実現されているのでしょうか。ここでは、キーワードと情報本体（HP の存在アドレス）の対応ファイルを逆転させること、つまり転置ファイルの考え方を、数学の逆関数の考え方を使って学びます。情報検索、ドキュメント・ファイル、転置ファイル、逆関数、などの学習内容は、インターネットを基盤とする現代情報化社会を支えています。

説明

1）皆さんが普段何気なく使っているインターネット上の探索エンジンは実は、数学の逆関数の考え方で動いています。高次元の連立一次方程式を解きながら作動しているとも言えます。

2）情報探索エンジンを提供している組織（情報サーバー）は、人手あるいは自動的な手法で、手広く情報を収集します。集めた情報（Home　Page の集合）を、D1,D2,D3,・・・,Dn と表すことにしましょう。

4）収集した情報 D1,D2,D3,・・・,Dn の内容を表すキーワード群を、（K１1,K１2、K13、・・・）、（K２1,K２2、K２3、・・・）、・・・、（Kn1,Kn2、Kn3、・・・）と表すことにします。

5）情報 Di とその内容を表すキーワード群の対応を収集して構成されるファイルが、ドキュメント・ファイル F です（図表１を参照せよ）。ファイル F は、

Di　→　F　→　（Ki1,Ki2,Ki3,・・・）

のように表すことができます。

5）上記のテーブル F において、左側の欄を入り口と考え、各行の左端で情報 Di を与えると、その内容を表すキーワード群（Ki1,Ki2,Ki3,・・・）が、次々と右側に連続する項目が答えてくれると解釈しましょう。つまり、F は、情報 Di を与えると、その内容を表すキーワード群（Ki1,Ki2,Ki3,・・・）を答える（出力する）関数とみなすことができます。

６）関数 F の逆関数 F^{-1} を作れば、キーワード K を与えて、その内容に対応する情報 Di を簡単に求めらることが可能となります。

K　→　F^{-1}　→　（Di, Dj , Dk ,・・・）

７）F^{-1} に対応するファイルは、図表２のようになります。F^{-1} はもとのファイル F における行と列の関係を逆転させて作ったファイルと見なせますから、F の転置ファイル（インバーティッド・ファイル、inverted file）と呼ばれます。

（新田義彦）

事例シート

題材分類	高数Ｂ

添付図表

D1	K１１	K１2	K１３	・・・
D2	K２１	K２2	K２３	・・・
D3	K３１	K３2	K３３	・・・
・・・				
・・・				
Dn	Kn1	Kn2	Kn３	・・・

図表１．ドキュメント・ファイル　Ｆの構造

K1	D１１	D１2	D１３	・・・
K2	D２１	D２2	D２３	・・・
K3	D３１	D３2	D３３	・・・
・・・				
・・・				
Kn	Dn1	Dn2	Dn３	・・・

図表２．Ｆのインバーティッド・ファイル　F^{-1}の構造

コンピュータ	HP1	HP6		
数学	HP1			
ゲーム	HP1	HP２	HP6	
シミュレーション	HP2			
仮想現実感	HP２	HP３	HP６	
宇宙旅行	HP３	HP４	HP５	
ロケット	HP４			
食事	HP5			

註：　HP1の内容が、コンピュータ、数学、ゲーム、に関するもの、

HP２の内容が、ゲーム、シミュレーション、仮想現実感、に関するもの、

HP３の内容が、仮想現実感、宇宙旅行、に関するもの、

HP４の内容が、宇宙旅行、ロケット、に関するもの、

HP５の内容が、宇宙旅行、食事、に関するもの、

HP６の内容が、コンピュータ、仮想現実感、ゲーム、に関するもの、

図表３．インバーティッド・ファイルの具体例

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

事例シート

題材分類	高数Ｂ

題材主題	クレーンを操作するための科学
副題	ベクトルの計算の応用

学習指導要領の教科・科目	**学習指導要領の大項目**	**学習指導要領の中項目**	**学習指導要領の小項目**	**備考**
高校数学Ｂ	（２）ベクトル	ア　平面上のベクトル	（ア）ベクトルとその演算	
中学数学２年	Ｂ　図形	（１）基本的な平面図形の性質	ア　平行線や角の性質の理解 イ　多角形の角についての性質	

学習内容のキーワード	ベクトル、ベクトルの和、ベクトルの差	**活用場面のキーワード**	クレーンの操縦、大型特殊免許

題材とその活用場面

日本クレーン協会監修の『クレーン運転手標準問題集』には、ベクトル計算の初歩の演習問題がたくさん載っています。その理由は、いくつかの力の合成のときにベクトルの計算が用いられるからです。クレーンでものを吊り下げて動かしたり、設置したりする作業をするときにこの計算が必要なのです。

説明

ある荷物を、引っ張りあげるとき、図１のＡとＢどちらのほうが、力を使わなくて済むでしょうか？

一見すると、Ｂのほうが窮屈で、上の方向に力を使うので大きな力が必要なように見えます。ところが、ベクトルの和と差を考えるとこれが大違いであることがわかります。

なぜなら、引き上げる方向ともう一方の上向きの方向（引き上げる方向と同じ力とみなされる）のベクトルの和のベクトルが、その荷物の重量による下向きの力のベクトルより大きいときに、吊り上げることができるからです。図２では、つりあっている状態を示しました。

これは、ほんの一例に過ぎませんが、クレーンでものを吊り上げるときには、ベクトルの計算によってどの方法が効率的かを考えることが必要です。

この理由によって、『クレーン運転手標準問題集』には、ベクトルの和や差の計算の方法やその演習などがたくさん載っています。

クレーンのような、大型特殊の操作は、大きな建物を作ったり、改装するときや、高い建物・電線などのメインテナンスに欠かせません。その一方では、その強大な力や機械自体と対象物の大きさのゆえに危険が伴いますので、科学的な見方をしっかり持って扱わなければなりません。

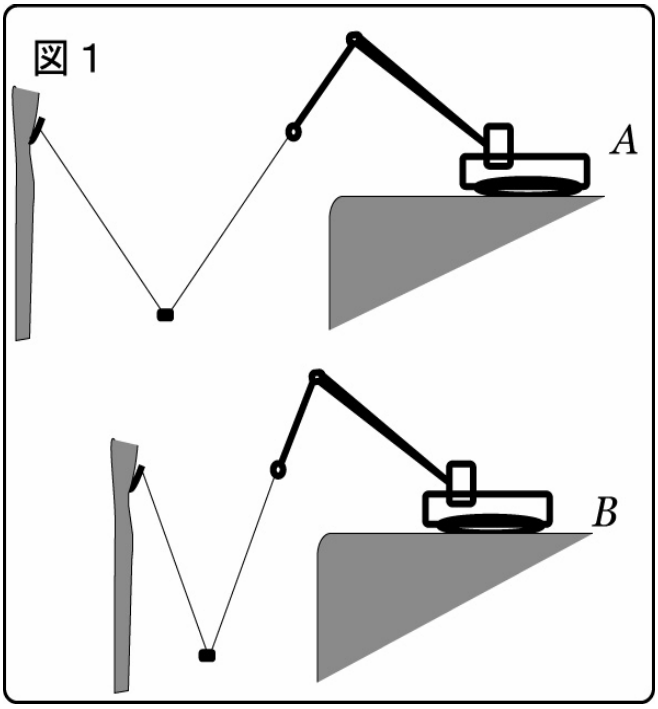
その点からも、クレーンの運転の免許には、ベクトルの学習が必須なのです。

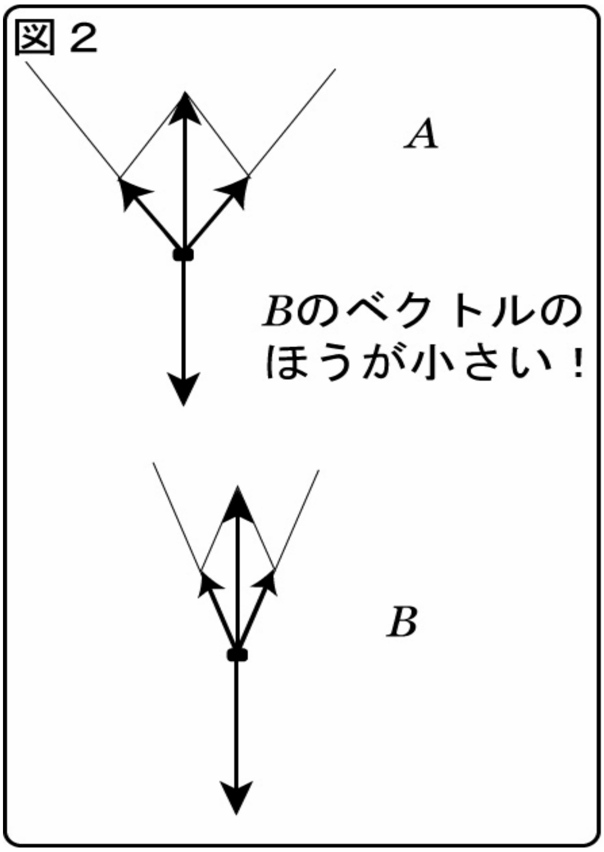
（岡部恒治）

事例シート

題材分類	高数Ｂ

添付図表





出典情報

日本クレーン協会編　『クレーン運転士試験標準問題集』

			題材分類	高数Ｂ
題材主題	デジタルメディアへの情報記録方法			
副題	情報圧縮の考え方			
学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（４）数値計算とコンピュータ	イ　いろいろなアルゴリズム		

学習内容のキーワード	集合、論理、計算、複号化、情報量、冗長性	活用場面のキーワード	ﾃﾞｼﾞﾀﾙ機器、携帯電話、ﾃﾞｼﾞﾀﾙｶﾒﾗ、CD、記憶装置、ﾃﾞｼﾞﾀﾙﾒﾓﾘｰ

題材とその活用場面

文字、テキスト、音楽、音声、画像、写真、など、私達の日常生活は、色々な情報に囲まれております。これらの情報はデジタル符号（１と０の長い数列）として、ＣＤ、ＣＦ、ＵＳＢメモリー、などのメディアに記録保持されています。生のデータ（raw data）を記録していては、メディアがいくらあっても足りません。巧妙に圧縮されて記録されているのです。ここでは情報圧縮の原理を勉強します。複号化、情報量、冗長性、などの学習内容は、CD や DVD などの情報記録メディアで活用され、高度情報化社会を支えています。

説明

１）情報圧縮の原則は、元々の形に復元できるように縮めることです（復元可能圧縮）。特にテキスト情報の場合は復元可能性が絶対条件となります。画像や音楽の場合には、圧縮により多少情報が欠落し、音質がわずかに低下することを許容する場合があります。ポータブルのデジタル音楽機器で、音域の広いｸﾗｯｼｸやジャズを聴くと少し物足りなく感じるのはこの情報欠落のためです。

２）圧縮の原理は、情報表現における冗長部分を削ることです。“11110055555000333333300002220000０”というコード列は、“１４０２５５０３３７０４２３０５”としてに圧縮できます。「１が４個、０が２個、５が５個、０が３個、３が７個、０が４個、２が３個、０が５個」として記録されているのです。この解釈に則って復元も可能です。ペアを造り第１素が何個連続するかを第２要素で示すやり方です。第２要素をランレングス（run-length）と呼ぶことがあります。

３）白黒の写真を拡大すると、原稿用紙のような２次元の升目の上に白い点（＝０）と黒い点（＝１）がびっしり並んでいることが分かりますね。この０と１のパターンを、上記のランレングスの方法で表現しなおせば、画像は圧縮できます。点の存在箇所の０と１を素直に並べて（あるいは色を表現するコードを並べて）画像を用表現したファイル形式は、ビットマップとして広く使われています。

４）実際の情報圧縮方法はもう少し数学的に高度な工夫を凝らしていますが、原理は上述したとおりです。

５）情報圧縮と情報量、複号化、の思想は密接に関係しています。１と０を１０個並べたパターンを考えてみましょう。全部で、

$$2^{10} = 1024$$ 通りの可能な異なりパターンがあります。

つまり１０２４通りの異なる情報メニューの１つを、長さ１０の１－０列（ビットパターン）が表現していることになりますね。このとき長さ１０のビット列の情報量を、

$$\log 2^{10} = 10$$

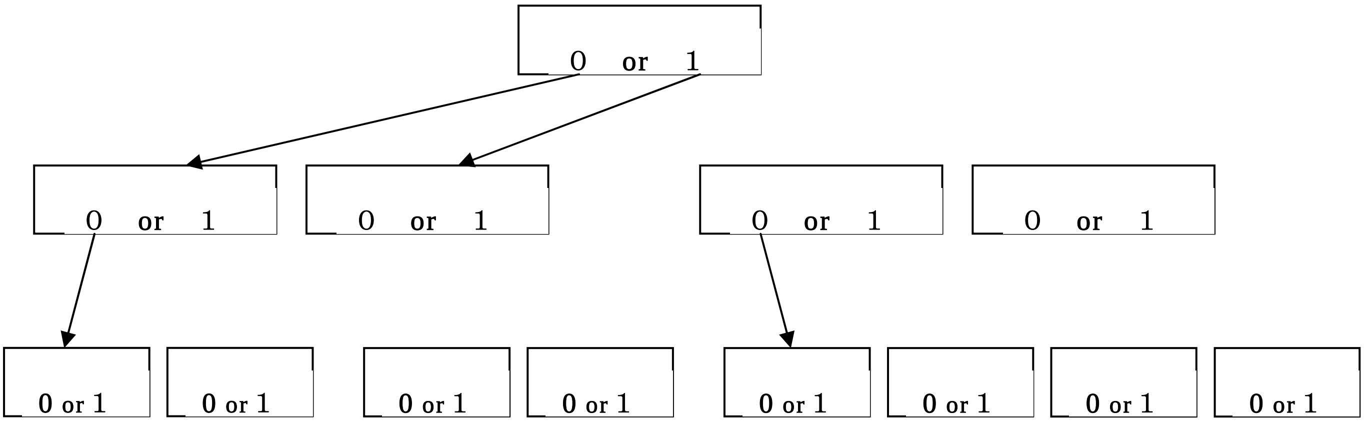
と考えることにします。なぜ対数を取るのかは少し考えると合点がいくはずです。

（新田義彦）

事例シート

題材分類	高数Ｂ

添付図表

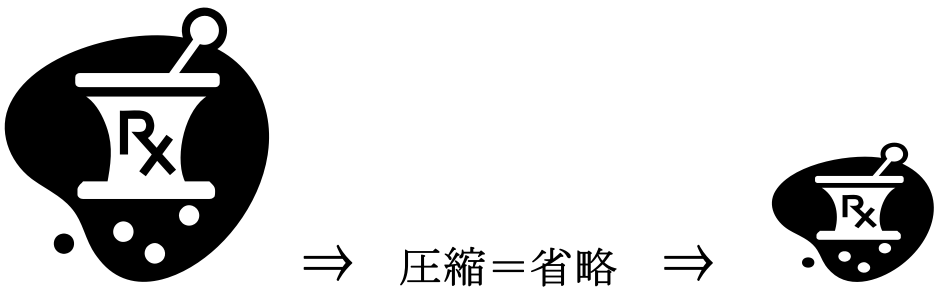


註１：１と０のビット列において、木の高さが情報量である

註２：情報量は熱力学の基本概念であるエントロピーと深い関係を持ちます。熱力学的エントロピーは粒子が空間で活発に（一様にランダムに）分布しているとき最大値を取ります。情報量の場合は、粒子が偏って分布しているほうが多くのメッセージを表現しますから、熱力学的エントロピーと情報量（情報論的エントロピー）は、逆の符号を持ちます。この意味論で、情報量を。ネガティブエントロピー、ネゲントロピーと呼ぶことがあります。

註３：情報圧縮の典型的なやり方は、よく使われるパターンほど、短くコード化することです。デジカメで多用する画像ではごく普通に圧縮が行なわれますが、明度と色彩に注目してコード化するＪＰＥＧ形式、色彩パターンマッチングをコード化するＧＩＦ形式化が有名です。

図１．情報量を表す木構造



註：　画像において、同様の部分を省略してデータ圧縮する。

図２．情報圧縮

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

題材分類	高数Ｂ

題材主題	ベクトルの和と（VTR の）ヘリカルスキャン
副題	ベクトルの和は家庭用 VTR（カセットビデオレコーダー）の生みの親

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（２）ベクトル			

学習内容のキーワード	ベクトルの和、ベクトル演算	活用場面のキーワード	ビデオレコーダーの記録法、ヘリカルスキャン方式

題材とその活用場面

ビデオカセットレコーダをよく見ると、テープ自身は横方向・ｘ方向に「ゆっくり」走っているが、それに信号を書き込むヘッドと呼ばれる部分は、斜め方向に非常に早く回転しているのに気が付きます。テレビの信号は、実は、テープが走っている方向ではなく、斜め方向に書き込まれているのです。こうすることによって、比較的短いテープで長い番組が録画できるのです。この斜め方向を作るのが、テープが走るｘ方向の速度ベクトルｕと、ヘッドが回る斜め方向の速度ベクトルｖです。

説明

テープが走る方向はｘ方向ですが、ヘッドはそれにある角度をもって走るように作ってあります。こうするとテープを斜めに使うことができます。ビデオのテープは、いわば斜め方向の多くの細いテープに分割されているのです。この角度を計算するときに、ベクトルの考え方が有効になります。ヘッドが回転する速度ベクトルｖから見ればテープに書き込まれる速度ベクトルはｖ－ｕ＝ｗになります。これは、レコーダにどれくらいきれいな画像を要求するかできまります。ですから、ヘッドの角度を決める問題は、ｗとｕから、ｖを求める問題になります。なお、テレビは、（画面にウンと近づいてみれば分かるように）もともと一枚の画面を５２５本の細い横線に分けて送っているので、斜め方向の細いテープにはこの横線一本だけを記録しておけばよいのです。

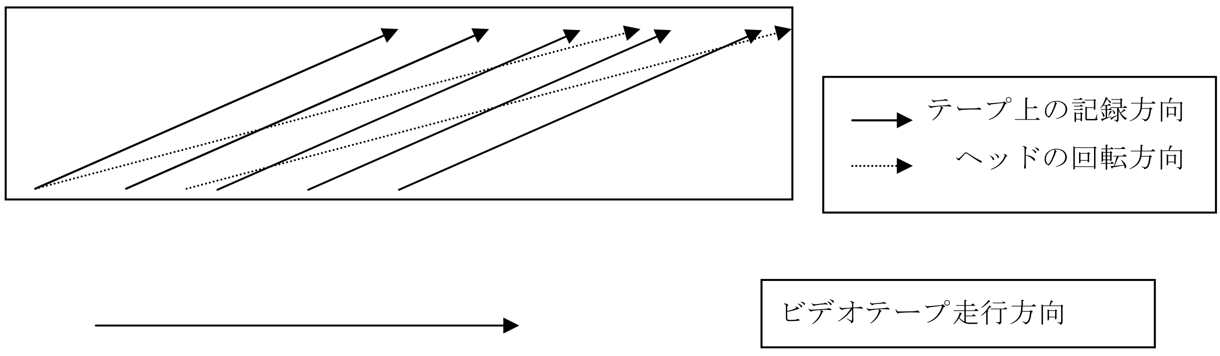
なお、詳しい計算になると、テープの特性やテレビ画像の帯域、さらには垂直同期などのデータ・知識が必要になりますから、注意が肝心です。

（四方義啓）

事例シート

題材分類	高数Ｂ

添付図表



出典情報

題材分類	高数Ｂ

題材主題	確情報通信の安全を守る暗号の仕組み
副題	公開暗号の原理

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（４）数値計算とコンピュータ	（イ）いろいろなアルゴリズム		

学習内容のキーワード	暗号、関数、逆関数、方程式の解法	活用場面のキーワード	信頼性、安全性、セキュリティ、情報化社会、インターネット、

題材とその活用場面

今日は情報通信の社会と言われます。インターネットに代表される通信ネットワークの上を、様々な情報が飛び交っていますが、これらは他人に読まれては困る「秘密を要する情報」です。情報の秘密を守る技術、自分が指定した相手にしか情報が伝わらないようにする技術が、暗号技術です。暗号は数学の関数の考え方を使って作られています。「解を見つけにくい関数」が、よい暗号を作る基礎となります。暗号、関数、逆関数、方程式の解法、などの学習内容は、情報の信頼性や安全性の管理に活用され、インターネットを基盤とする現代情報化社会を支えています。

説明

１）暗号の鍵 f を掛けるとは、もとの通信情報の文Ｔを別の文字記号列に変えてしまうことです。

２）たとえば f は、「あいうえお５０音の文字を次の文字に変える」暗号とすると、“あんごうがとけた”という通信文は、暗号 f により“いあざえぎなこち”に変換されます。

f （“あんごうがとけた”）＝“いあざえぎなこち”

３）“いあざえぎなこち”は、たとえ盗み読みされても何のことか分かりませんね。これが暗号かける目的です。暗号により情報の安全性（セキュリティ）が守られるのです。

４） 号文を受けた正規の受信者は、暗号を解く鍵 f^{-1} を持っていますので、暗号文の解読ができます。

f^{-1}（“いあざえぎなこち”）＝“あんごうがとけた”

５） 実際の世界では、個別に暗号鍵を作って使うのはとても大変です。コンピュータのプログラムを使って、無数の閉め鍵 f と開け鍵 f^{-1} のペアを作ることができます。世界中の人々は、自分に秘密の情報を送ってもらう鍵を自分のアドレスと共に公開します。開ける f^{-1} 鍵はしっかり自分だけのものとして秘密に持っていて、これで届いた暗号化通信文を解読して読むのです。

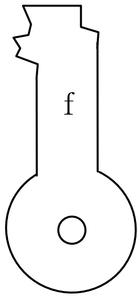
６） これで公開暗号鍵方式の原理は分かったと思いますが、この原理が実現するための大切な数学的事実があります。つまり「 f がわかっても f^{-1} は分からない」という数学的性質です。これを関数 f とその逆関数 f^{-1} の導出困難性と言います。原理的には逆関数の導出計算は可能なのですが、何十年何百年というように途轍もなく計算時間がかかることがわかっていますので、実用上は、不可逆と言えます。このような数学的性質を扱う分野が「整数論」あるいは「素数論」です。また計算機科学の分野では、アルゴリズム論として扱っています。

（新田義彦）

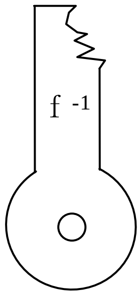
題材分類	高数Ｂ

添付図表

図１．公開暗号の仕組み

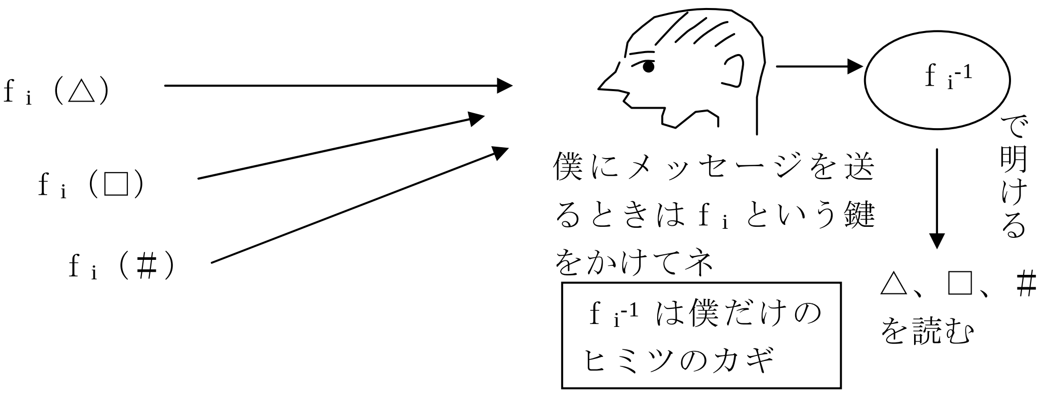


暗号をかける鍵：
文字コードを別のものに変えてしまう



暗号を解く鍵：
f^{-1}・f で元にもどる

世界中の通信をする人々、1、2、3、4、・・・がそれぞれ締め鍵 f_1 と
開け鍵 f_1^{-1}、f_2 と f_2^{-1}、f_3 と f_3^{-1}、f_4 と f_4^{-1}、・・・を持つ。
そして f_1、f_2、f_3、f_4、・・・の方は公開する。



出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30

題材分類	高数Ｂ

題材主題	級数（数列のその和）の実際の社会での利用
副題	経済活動の中での数列やその和の計算は頻繁に利用されている。

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（１）数列	ア　数列とその和	（ア）等差数列と等比数列	

学習内容のキーワード	数列の和 利率	活用場面のキーワード	お金を借りるとき・返すとき 複利計算の理解

題材とその活用場面

お金を借りたり貸したりするときには、利息を考慮しなければならないことが通例です。ローンの返済などについても、大まかな説明は理解できても実際の返済額の算出の仕方まで納得している人は必ずしも多くないようです。そこでは、数列や級数の考え方が直接使われています。

説明

年利 r=0.05 (5%) の 2000 万円（$=T$)のローンを返済する人が、返済とともに元金も減っていく方式で, 借りた翌年から毎年同じ額 S 円返済をするものとします。ある時点での残額が X のとき、１年後に S 円支払った後の残額は $X(1+r)-S$ となります。

第 m 回目の返済が終わったときの残額は

$X=((\ldots(T(1+r)-S)(1+r)-S)(1+r)-\ldots-S)=T(1+r)^m-\sum_{k=0}^{m-1}S(1+r)^k$ と表せます。

$\sum_{k=0}^{m-1}S(1+r)^k=S\frac{1-(1+r)^m}{1-(1+r)}=\frac{S}{r}\{(1+r)^m-1\}$ だから、$X=T(1+r)^m-\frac{S}{r}\{(1+r)^m-1\}$ となり、この式を考えれば、どの文字変数を固定して考えるかによって

1. 毎回 S 円返済したとき何回で返済が完了するか。（S =1500000 なら 23 回）
2. m 回で返済し終わるためには毎回いくら支払えばよいか。
   （m=20 なら毎回 161 万円）

などいろいろなことを考察できます。

< パソコンを使うと実際の計算を確かめてみることも容易に出来ます。>
この場合、ある時点での残額が X のとき、１月後に S 円支払った後の残額は $X(1+r)-S$ となることさえ理解できれば、このような式で考えなくても、Excel で簡単に扱うことが出来ます。：
最初のセルに y の値 20000000 を入れ, 次のセルには「＝前のセル ×(1+r) －S」の式を書き、 次のセルには「＝前のセル ×(1+r) －S 」の式を書くことを繰り返してやれば、毎回の残額が表示されるので、より見やすく実際的です。また、r や S の値を変更して試すことでいろいろな場合について具体的に調べることも出来ます。
このように本来は等比級数の問題ですが、用いる機器によっては大変身近でわかりやすいものにもなります。

(鈴木俊夫)

題材分類	高数Ｂ

添付図表

借金(T)　＋　利息　－　返済額　＝　残額

借金(T)＋利息＝借金(T)×（１＋利率(ｒ)）

借金(T)×（１＋利率(ｒ)）－返済額(S)　＝　T(1+r)－S　＝　１年後の残額

２年後の残額＝（T(1+r)－S）×（１＋ｒ）－S　＝　$T(1+r)^2-S(1+r)-S$

m 年後の残額　＝（・・(T(1+r)－S)(１＋ｒ）－・・）－S)　＝　$T(1+r)^m - S(1+r)^{m-1} - \cdots - S$

　***　T=20000000,　r=0.05,　S=3000000　のときの Excel の使い方。　***

表１の様に Excel のセル A1　に　T、　B1 に　ｒ、　C1　に　S　の値を入れ、A2 に式を記入する。

A2　をコピーして、A3 以下に貼り付けると表１のように自動的に変更される。

実際には A2 以下は計算結果の数値が表示される。（Excel の画面では表２の様になる）

A2　に 1 年後に S 円返済した後の残額、A3 にその翌年の残額・・・が表示される。

表１　Excel に書き込む内容

	A	B	C	D
1	20000000	0.05	3000000	
2	=A1＊（1＋B1）－C1			
3	=A2＊（1＋B1）－C1			
4	=A３＊（1＋B1）－C1			
5	=A４＊（1＋B1）－C1			
6	=A５＊（1＋B1）－C1			
7	=A６＊（1＋B1）－C1			

表２　Excel での実際の表示

	A	B	C	D
1	20000000	0.05	3000000	
2	18000000			
3	15900000			
4	13695000			
5	11379750			
6	8948738			
7	6396174			

出典情報

事例シート

題材分類	高数Ｂ

題材主題	財布のコインを等分する方法
副題	連立一次方程式の効用（一般化鶴亀算）

学習指導要領の教科・科目	学習指導要領の大項目	学習指導要領の中項目	学習指導要領の小項目	備考
高校数学Ｂ	（４）数値計算とコンピュータ	（イ）いろいろなアルゴリズム		

学習内容のキーワード	鶴亀算、一次方程式、計算	活用場面のキーワード	コインの分割、目の子算、アルゴリズム

題材とその活用場面

私達の日常生活において、価値が異なる多数のモノを、それぞれの価値の総和が等しくなるように　等分しなければならないことが多々あります。たとえば、財布の中に多数入っている異なるコイン（硬貨）を等分することなどが、その典型例です。このような問題は、小学校時代に親しんだ「鶴亀算」の発展問題として解釈すると面白い解法が得られます。集合、論理、計算、手続き図式、階乗、などの学習内容は、企業の投資計画、工場の製品設計、天気予報、経済予測などで活用され、現代情報化社会を支えています。

説明

鶴亀算とその一般化であるコインの枚数決定問題

（問題１）古典的鶴亀算

鶴と亀が何匹かいます。それぞれの個体数はわかっていませんが、足の数の合計 38 本、頭の数の合計は 12 個です。鶴と亀はそれぞれ何匹ですか？

答え：　まず素朴な推論（目の子算）で解いてみましょう。

頭の数の合計が、12 個ということは、鶴と亀合わせて 12 匹いることになります。すべてが鶴であると仮定してみると、足の数は１２ｘ２＝２４本となりますが、問題では 38 本であると言っていますから、３８－２４＝１４本だけ不足することになります。不足分を充足するには、足の数が多い亀を、鶴と置き換えればよいことを見抜きます。鶴１匹を亀１匹に置き換えると、足は４－２＝２本増加します。したがって、不足分の足の本数１４を２で割った答えが、充足すべき亀の匹数であると推論できます。１４÷２＝７匹が、亀の個体数であり、１２－７＝５匹が鶴の個体数であると結論できます。

（問題２）コインの枚数決定問題

まず下記の問題が鶴亀算の一般化（註：般化とも言います）になっていることをよく理解してください。一般化は、数学的思考の典型的方法論です。

１）小銭入れに、合計１２２円分のコインが、２１枚入っています。コインの種類は、１円玉、５円玉、１０円玉、の３種類ですが、セロ枚のコイン種があるかもしれません。各々のコインの枚数を決定してください。

２）同様の条件で、コインの種類を、５００円玉、１００円玉、５０円玉、１０円玉、５円玉、１円玉、とし、合計金額１８００円、コインの合計枚数３０枚、として解いてください。

（新田義彦）

題材分類	高数Ｂ

添付図表

表１．コイン分割問題の解答

１）の解	１０円玉が９枚、５円玉が５枚、１円玉が７枚
２）の解	５００円玉が２枚、１００円玉が５枚、５０円玉が４枚、１０円玉が５枚、５円玉が９枚、１円玉が５枚、（注意）他の解があるかもしれません。
註	頭１個をコイン１枚、個体が持つ足の本数を、コイン１枚の価値（何円かということ）、と読み換えれば、コイン問題は拡張型鶴亀算であることがわかります。

表２．コイン分割問題を解く方法

１）の解法 （目の子算）	・合計１２２円ですから１０円玉が１２枚は、よさそうですが、コインの合計２１枚を充足できません。 ・１０円玉１１枚もだめです。（∵　１２２－１０ｘ１１＝１２円は、1円玉１２枚とすると、コインの合計が１１＋１２＝２３枚でだめ。1円玉を１１、１０、９、８枚とはできませんから、次の可能性は７個。すると５円玉は１個。するとコインの合計個数は、１１＋７＋１＝１９枚となり、所与条件の２１枚を下回ってしまいます。） ・１０円玉１０枚はうまくいきそうです。残額１２２－１００＝２２円を、5円玉と１円玉の合計２１－１０＝１１枚で作ればよいことになります。２２円の１桁目の“２”に注意すると、１円玉の可能な枚数は、２枚、７枚だけであることが分かります。１円玉１２枚や１７枚は、金額的には可能なように思われますが、１１枚という枚数制限を越えてしまいます。また１円玉の枚数が５枚きざみであるのは、残余金額を５円玉で作らなければならないことによります。１円玉２枚とすると、５円玉は４枚、１１＞２＋４でだめ。１円玉７枚とすると、５円玉は３枚、しかし、１１＞７＋３で惜しくも１枚の不足でだめです。結局失敗。 ・１０円玉９枚を調べましょう。いよいよ本命に近づいたようです。残金３２円を、５円玉と１円玉の合計１２枚で構成できればよいのです。前と同じ理由で、１円玉の可能枚数は、２、７、１２枚ですが、１２枚は金額制約から直ちに棄却。２枚では残金３０円を、５円玉６枚で作りますから、５円玉と１円玉の合計は８枚となり、１２枚を大幅に下回りこれもだめ。最後の１円玉７枚はうまくいきます。 ・結局、１０円玉が９枚、５円玉が５枚、１円玉が７枚、が解答であることがわかります。
１）の解法 （方程式を使う方法）	１０円玉がｘ枚、５円玉がｙ枚、１円玉がｚ枚としますと、題意から、 　　１０ｘ＋５ｙ＋ｚ＝１２２ 　　ｘ＋ｙ＋ｚ＝２１ 　　ただし　ｘ，ｙ，ｚは、０　＝＜　ｘ，ｙ，ｚ　＝＜　２１を満たす整数 ｘ＝１２，１１，１０　あるいは、ｚ＝２，７，１２のように置いて２元の連立方程式として解いて制約条件を満足する解の組み合わせを探せばよい。

出典情報

新田義彦（2005）「Ｗｅｂ学習における教材提示方法の検討」、経済集志、Vol.75, No.1 (2005-4) pp.1-30