

## 数学月間(SGK)だより

水谷 一・谷 克彦

◆2013年7月22日に実施された数学月間懇話会(第9回)は、米沢興譲館高校の1年生32名および引率の先生1名の参加を得て、70人教室(東大駒場、数理科学研究棟002号室)が満員になる盛況でした。

高校生は遠路大型バスでの来校で、予定より少し遅れて12時過ぎの到着になりました。バスの発着は駒場キャンパスの北側門に限られるため、炎天下に駒場キャンパスを横断することになります。時間が迫っているので構内で急いで弁当を食べ、駒場博物館で開催されていた「計算折り紙」の展示を見て、2時から「数学月間懇話会」に参加するため数理科学研究棟に移動するという強行軍でした。休む間もない悪条件に、大丈夫かなと内心心配していました。

懇話会では教室の最前列の指定席にすわり、水谷の質問に答えなければなりません。とても疲れたことでしょう。今年は、水谷の問題を事前に学校にお送りし、予習して臨むという新しい試みをしました。皆さん緊張して熱心に参加されました。水谷の問題と解答は、日本数学協会webの数学月間の会、SGK通信に公開されています。

第9回SGK懇話会は、

- (1) 考える楽しみわかる喜び [水谷一]
- (2) 最小二乗問題の新解法と逆問題への応用

[速水謙]

- (3) 数学月間と数学祭り [谷克彦]

でありました。以下で(1)、(2)の概要を紹介しましょう。

(1)「考える楽しみわかる喜び」水谷一(日本数学協会)

一つの数学的対象も、さまざまな視点から見ると異なる性質が表に現れる。複雑そうなものも、視点を変えるだけで単純に見えることがある。逆に、異なる対象のある視点から見ると、共通する性質があるのに気付くことがある。適切な視点で

得て、対象の本質が明らかになったとき「わかった」と実感でき、解決への道が開ける。

数学の重要な役割は、個々の問題を解くだけでなく、問題を定式化して解くための「対象を表現する数学的言語と推論、計算技術」、つまり「技術を伴う表現形式の体系」を用意することにある。そのような体系の一つ「座標」がどのように用いられるか示すのが今回の狙いであった。

例題として次のものが取り上げられた。

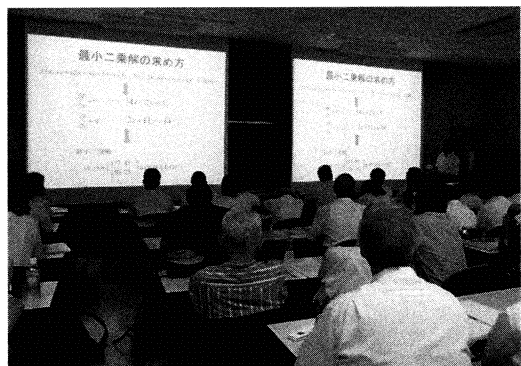
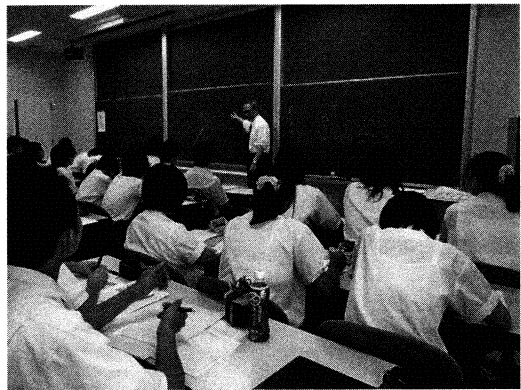
[例1] つるかめ算. 他の線形代数の問題が事前に公開されていた。

[例2] 事前公開問題.

新入社員49人参加の8日間の合宿研修を行う。毎日7人ずつ7つのグループに分けて研修するが、どの2人も必ず1日は同じグループに入るようにしたい。このような組み分けは可能か。

これは組み分けの問題だが、時計算を用いて解く方法が紹介された。

整数を7で割った余りで類別した7つの集合を  $F = \{0, 1, 2, \dots, 6\}$  とすると、 $F$  上でも自然に和と積が定義できることの解説もなされた。



[例3] 4次元の立方体. 座標を用いると4次元の把握もできることが解説された.

その他, 3円が交差する場合で, 各円の交差点を通る3直線の幾何学問題も事前公開されており, 高校生は予習して臨んだようだったが, 懇話会では割愛された. この問題の趣旨も3つの1次式が1点を通るという座標を用いた見通しのよい解法にある.

(2) 「最小2乗問題の新解法と逆問題への応用」  
速水 謙(国立情報学研究所)

最小2乗法の原理から, 優決定問題の新解法, 種々の課題への応用まで俯瞰するというたいへん欲張ったお願いをした. 速水氏の内容豊富な講演はたいへん興味深かった.

今日, 最小2乗法は社会のさまざまなところで活躍している. CT画像の再構成やGPS観測データ, 薬物動態などのデータ解析に最小2乗法は不可欠である. 求めるべき未知数より観測されるデータは多量であるので, 一般には厳密解は存在しない. どのようにして最も精密な解を得たらよいであろうか. それは, 誤差, 残差の2乗和を最小にするものである.

イタリアのピアッツィPiazziは1801年に小惑星セレスを発見し, 1月1日~2月11日の間追跡観測したが, その後見失った. ガウスはこれらの観測データから軌道を計算し, その予測通り12月7日に小惑星セレスは再発見された. このとき最小2乗法が使われたという. ルジャンドルも1805年, 最小2乗法を発表しており, 互いに優先権を争った歴史がある.

最小2乗法の解法には, 近似解を入力し徐々に改良していく反復法が用いられている. 反復法は収束に問題があるほか, ランク落ちなどが起こると計算ができなくなる難点がある.

$Ax = b$ という正確な関係があるとしても, 観測値  $b$  には誤差があり, 真の  $x$  は得られない. 現実には多数の観測データがあり誤差もあるので, 真の  $x$  値を得るのは不可能である. そこで,  $\|Ax - b\|^2$  を最小とする  $x$  を最善の解としようというものである.

未知数  $x$  の数より, 観測データ数のほうが多いので,  $A$  は  $m \times n$  行列 ( $m > n$ ) で, 行列  $A$  のラン

クは  $n$  より小さい. 形式的に

$$A^T Ax = A^T b, \quad x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

と書けるので, 行列  $A$  から  $(A^T A)^{-1} A^T$  を得ればよいのだが, そう簡単ではなく, 与えられた行列  $A$  の前処理の工夫が必要となる.

保国恵一と速水謙らが考案した前処理法をもちいると, 大規模でタチの悪い最小2乗問題を効率よく解くことができる. 途中ランク落ちなどは生じず, どんな行列に対しても適用でき, 従来の前処理法よりも大幅に速くメモリの消費も少ないという.

◆「数学月間」がらみの社会の動き

2014年の米国MAMのテーマが, 例年通り2014年正月に発表されました. 韻を踏んでいるので翻訳せずに掲載します.

The American Mathematical Society, the American Statistical Association, the Mathematical Association of America, and the Society for Industrial and Applied Mathematics announce that the theme for Mathematics Awareness Month, April 2014, is **Mathematics, Magic, and Mystery**.

日本化学会, 化学工学会, 新化学技術推進協会, 日本化学工業協会は10月23日を「化学の日」, 10月23日を含む週(月曜日~日曜日)を「化学週間」と, 昨2013年に制定しました. なぜ, 10月23日かわかりますか? これはアボガドロ数の  $6 \times 10^{23}$  からです. (『化学と工業』Vol. 66-12, December, 2013より)

日本の「数学月間」は, 7月22日~8月22日(22/7は  $\pi$ , 22/8は  $e$  の近似値)です. 化学の日と同様, 数学関連の学協会も連携して「数学月間」を推進すべきでしょう. 2014年も例年通り, 7月22日に「数学月間懇話会(第10回)」を開催予定です. 新しい情報は日本数学協会 web, 数学月間の会のSGK通信をご覧ください. また, 「数学月間」に関するご意見などを, SGK通信の掲示板, あるいは sgktani@gmail.com にご投稿ください.

(みすたに・はじめ)  
(たに・かつひこ)