

谷山豊さん没後 50 周年にあたって

上野正

今年は「谷山の問題」で知られた谷山豊さんが亡くなって 50 年。同年輩の友人達と彼を偲びたいと思っていたのですが、これについては日本の数学界として何か有って良いのではないかと気づき、投稿を思い立ちました。

1955 年には IMU の「代数的整数論に関するシンポジウム」が数学では開国以来最初の国際会議として開かれ、Artin, Weil, Chevalley, Serre, Deuring など指導的な数学者が来日。虚数乗法論での Weil, 谷山, 志村の成果が注目を集めました。

「谷山の問題」はこのとき提出され、350 年間の謎だった Fermat の定理を Wiles が初めて証明する道を開きました。Wiles の証明は志村, Frei, Serre, Ribet らの貢献を経た約 40 年後のことです。

今は知る人も少ないでしょうが、谷山さん卒業当時の日本各地の大学は元々スタッフが少ない上、最も活発な研究者が一斉に海外流出した時期に当たり、研究や勉強を始めかけた若手は大変な窮地に置かれました。

何とか自分達の道を開こうと、東京では谷山さんのクラスの人達を中心に新数学者人集団 (SSS) が発足。数学科の学生や卒業生が週一回集まって、一人が講演したあと自由に語り合う例会を開き、雑誌「月報」(のち「数学の歩み」) を発行しました。最も有力な書き手だった彼の文章は大部分谷山豊全集 (増訂版・日本評論社) に収められています。

「整数論-日本における数学の発展」(1955.5) は SSS が企画したシリーズの一篇で、19 世紀末の世界の大勢を概観の後、日本での研究史を簡潔にまとめた辛口のレポートです。この文章が出てから 50 年。以来今日までを簡潔に書くとどう成るでしょうか。

「虚数乗法と合同関数」は前記のシンポジウムで発表予定の内容。実は発表までに更に大きな飛躍が加わりました。

「代数幾何学と整数論」はシンポジウムで議論された幾つかの重要問題の説明で、「谷山の問題」が提起された背景も語られています。

「1955 年国際数学会議」によれば、出席者には若い人が多くきわめて活発。Artin, Weil らの存在感は大きく、終始緊張した空気に包まれていた。日本側の発表者は

SSSは大いに語り合い、大活躍したとのこと。

学問的には虚数乗法論の一般の場合への拡張という長年の懸案が、Weil, 谷山, 志村の講演を合わせるとほぼ完成するという異例の事態が生じ、この日の非公式討論は夜遅くまで続き、予想や未解決問題も提出され、さながら予言者の集いの観があったといえます。

京都の数理解析研究所は最初「数理科学研究所」として構想され、公聴会なども開かれ、数学では初めての全国共同利用研究所として期待を集めました。SSSも色々と準備して意見を発表。「数理科学研究所設立の問題について」(1958. 4)は当時のものです。

谷山さんを中心に何人かで朝永振一郎先生をお訪ねして、基礎物理学研究所の成り立ちや、運営などを親切に教えていただきました。

「少数精鋭主義について」(1957. 7)は大学院の機能の面から少数精鋭主義に反対していますが、この中で数学の初等的学習から本格的研究に至るまでに明瞭に区別される幾つかの段階があり、これと才能乃至能力の訓練との関係を論じて出色のものです。

また一方では、純粋数学研究の意義を片端から否定して見せた「投書」もあります。

谷山さんの文章からは一見雄弁な人物像が浮かびますが、実際は無口。長い説明をすることなどは好まない。恐らく本質を探り当てることに集中したかったのでしょう。然し、発言すれば言葉には重みがありました。

ある朝の新聞に「数学の権威自殺」とあり、これが31歳の谷山さんだとは全く信じられませんでした。遺書には「自殺の原因について自分でも明確なことは判らないが、何かある特定の事件乃至事柄の結果ではない」とあり、鬱病によるものと思われまます。

死後間もなく谷山豊全集(初版)が出ましたが、この出版は周囲のもの達が受けた衝撃と悲しみの結晶でした。全集には学生のクラス雑誌に寄稿された悲しいメルヒェンがあり、結核の予後に苦しむ書簡も多い。優しく、苦痛に耐えていた谷山さんの一面でした。

以上、彼が数学という文化にこのようにして貢献したことをお伝えしました。

投稿の部

—到着順—

【投稿随筆】

フェルマーの定理と谷山豊さん

— 上野 正 —

珍しく数学の話です。

フェルマーは17世紀フランスの大数学者、「フェルマーの定理」というのは整数論の大定理ですが、内容は高校を出た人なら誰でも分かる簡単なものです。

しかし、フェルマーが証明を遺さなかったため、一流の数学者たちも大勢、天才も加わって証明に取り組み、これは整数論の進歩にも貢献したのですが、結局350年間もの間未解決、20世紀の末までかかりました。

証明の緒口となったのは谷山豊さんという人の提出した「谷山の問題」で、彼が若くして死んだあと40年ほど経ってフェルマーの定理は初めて証明されました。

彼はもともと著名な数学者で「谷山の問題」で特に知られるようになりましたが、周囲に居た僕たちは、彼の能力はもちろんですが、誠実さ、勇気、厳しさ、優しさと言った、ひとこと言えば人格にすっかり感心していました。

今年は彼の没後50年にあたるので、何か書いて見たかったです。これは僕らの20代の思い出とも重なります。

フェルマーの定理

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

は誰でも知っていますが、これを一般化した

$$a^2 + b^2 = c^2$$

をみたま正の整数 abc の組も無限にあります。

$$5^2 + 12^2 = 13^2 \quad 8^2 + 15^2 = 17^2 \quad \dots$$

例は次の式からいくらでも出来ます。

$$(n^2 - m^2)^2 + (2mn)^2 = (n^2 + m^2)^2$$

しかし、次の式をみたま abc はどうでしょう。

$$a^3 + b^3 = c^3$$

さらに、 $n=3, 4, \dots$ のとき、次の式はどうでしょう。

$$a^n + b^n = c^n \quad (1)$$

「フェルマーの定理 3以上の n に対して、(1) が成り立つような正の整数 a, b, c は存在しない。」

フェルマーは「証明は長すぎて、ここに書けない」と本の余白に書き残してあの世へ。このあとオイラーのような天才が $n=3$ のとき証明。19世紀ドイツのクンメルが代数幾何の大理論を作って、 n が 100 位までを証明したが、任意の n では駄目。「谷山の問題」が現れるまで最終的な証明の手がかりは得られませんでした。

谷山の問題 1955年、数学では明治開国以来日本で初めての国際シンポジウムが「代数的整数論」をテーマに開かれ、当時まだ20代だった谷山豊、志村五郎と、この分野では第一人者と目されたフランスのアンドレ・ヴェイユの3人の講演を合わせると、長年の懸案であった「虚数乗法論の一般化」の問題が一挙に解決されることが判明して、シンポジウムは湧きに湧いた。非公式討論が夜中まで続き、予想や未解決の問題が多数提出されたといえます。

この時彼が提出したのが「谷山の問題」です。

谷山さんがこの3年後に亡くなったあと、谷山の問題とフェルマーの定理の間に深い関係があると指摘し



Pierre de Fermat.

た学者が現れ、別の一人が「谷山の問題が解ければ、フェルマーの定理は成り立つ」ことを証明。

最後に、イギリスのワイルズが谷山の問題を解決して、フェルマーの定理を証明しました。谷山さんの問題提出 40 年後の 1995 年でした。

新数学人集団 (SSS) 谷山さんや僕らが卒業した頃は、全国各大学の数学科はもともと先生不足の上、最も活発で指導的な研究者が一斉に海外に流出してしまって、ひどい状態になっていました。

何とか自分たちの力で道を開こうと、東京では東大の谷山さんのクラスの人たちを中心に新数学人集団 (SSS) を結成。週一回新橋の石膏会館という芸術家の卵がよく使った建物の一室を借り、一人が数学の講演をしたあと自由に話し合う、時には偉い先生に来ていただいて講演と囲む会を開く。雑誌「数学の歩み」を出し、京都や九州の若手とも連絡して、春秋の学会のとき集まるなどしていました。

この成果が 1955 年のシンポジウムで開花し、日本側の研究発表者の半数が SSS メンバーでした。

1958 年頃、日本で最初の数学の全国共同利用研究所を作る話が出たとき、日本数学会は SSS の求めに応じて公聴会を開きました。そこで、SSS では谷山さんを中心に朝永振一郎先生をお訪ねして京大の基礎物理研の成立ちや、運営について教えて頂きました。いまの数理解析研究所が出来る時の話です。

谷山さんがこの頃「数学の歩み」に書いた「大学院問題について」や、少数精鋭主義に反対する文章などは、当時の数学教室が直面していた事態を鋭く指摘し、改善を求めています。

さらに、谷山さんが整数論を中心に書いた数編の論説には驚くべきものがあり、卒業後さして間もない時期にどうしてこのようなことが書かれたのか不思議としか言えないのですが、当時は谷山さんなら当たり前なことだと思っていました。



谷山さんの死 1958 年 11 月のある朝、新聞に「数学の権威自殺」とあり、これが 31 歳の谷山さんのこととは全く信じられませんでした。遺書には「自殺の

原因について自分でも明確なことは分からないが、何かある特定の事件乃至事柄の結果ではない」とあり、鬱病によるものと思われる。

死後間もなく谷山豊全集 (初版) が出ましたが、この出版は周囲の者たちが受けた衝撃と悲しみの結晶でした。全集には学生のクラス雑誌に寄稿された悲しいメルヒェンがあり、結核の予後に苦しむ書簡も多い。優しく、また苦痛に耐えていた谷山さんの一面でした。

このようにして、彼が数学という文化に貢献したことをお伝えしました。



谷山 豊全集 (17)
1955 JMA 1959

1955 年国際数学会議

数学月報*

1955 年国際数学会議

日本に行くとは教授 (Professor) が変じて予言者 (Prophet) になる, 先年来日した或る数学者が, 帰国後こういったそうである。

数学の発展に対する見通しや, 色々な問題についての予想などをしばしば質問されるからだという。今度の数学会議には, プリンストン大学のアルチン教授, コロンビア大学のシュヴァレー教授, シカゴ大学のヴェイユ教授など, 10 人の予言者を海外から迎えたわけである。

実際, 数学は物理学などと違い, 時の中心問題というものもなく, 研究の対象自身, 研究者の創造にまつ所も少くないのだから, 将来の発展, 研究の方向など, 学生が真剣に質問するのも当然である。また数学には, 有名な予想が数多くあって, それを解決しようとする努力が発展の原動力となることも多い。例えばフェルマーの問題, つまり

$$x^l + y^l = z^l \quad (l \geq 3)$$

という方程式が, $x=y=z=0$ 以外の整数解を持たないという予想の研究が, 現代の代数的整数論の基礎を築いたのである。だから, 良い教授は同時にすぐれた予言者でなければならぬともいえよう。

今度の会議でも, 単に研究の成果が発表されただけでなく, 色々な予想, 問題も提出され, また非公式の討論会などは, まさしく予言者の集いの観があったのである。

この会議は正式には, “代数的整数論についての国際的シムポジウム” と言い, 国際数学連合 (I. M. U) の主催で毎年開かれるシムポジウムの一つで, これが日本で開かれたのは, 高木先生の類体論以来, 代数的整数論の優

れた研究者を多く産み出した, わが国の真価が認められたものといえよう。会議の主題は, もちろん整数論であるが, それがさらに三つに分かれる。1). 類体論とその拡張。2). 代数系の理論と整数論との関係。3). 代数幾何学と整数論との関係。現代整数論は一つの転機に立っているのだから, このシムポジウムが, 新しい発展の一里塚となることが期待されていたのであるが, まずこれらの部門について簡単に説明してみよう。

1920 年に高木先生の類体論が発表されてから, この理論の整理, 単純化と, それから派生する問題とが, 代数的整数論の中心問題であった。この面では, 単に理論を書きかえるという以上の重要な研究が数多く生れたのだが, 30 余年過ぎた現在, 類体論は徹底的に整理研究しつくされ, 後にはその拡張という問題だけが残されているのである。ところでこの拡張という問題は, 非常にむずかしく, 多くの数学者の努力にもかかわらず, まだその第一歩が踏み出されたともいえない状態である。何か新しい発展の方向が見出されなければならない。まさしく一つの転機ではないか。

しかし類体論は重要な副産物を産み出した。抽象的な代数系の理論はその一つであって, 類体論を新しい方法で構成し直す時に必要とされるものである。この面ではまだ多くの発展の余地があるのだが, 整数論への応用という立場が忘れられ, 小手先だけの細工になりがちなので, 口の悪い連中は, “あれは整数論でなく代数” だという。いずれにせよこの方面からは, 整数論の大きな発展は, もはや望めないように思われる。

* 小山書店発行新初等数学講座月報

シムポジウム 第 1 日 (9 月 9 日), 第 2 日

(10日)は、東京の第一生命会議室で開かれた。第1日は類体論とその拡張とに関するもので、将来の発展のために必要と思われる結果とともに、興味ある予想も幾つか発表された。しかし第2日、代数系に関する議論が始まると、会場をエスケイプし、控室で別な問題を討論しているフランスの学者の姿も見られた。

10日の午後にロマンス・カーで一同日光に行き、会場は金谷ホテルの舞踏室に移る。

11日は日曜なので会議はなく、日光付近の観光に過ごされた。ついで12日、13日には、代数幾何と整数論との関係が中心題目となった。

ここで、代数幾何学というのは、代数方程式で定義される曲線、曲面(例えば双曲線、楕円面など)の理論である。それが整数論とどんな関係があるのかと不思議に思われる方もあるかと思うが、例えばフェルマーの問題は、 $x^n + y^n = 1$ で定義される平面曲線上に、座標が有理数である点が存在するか否かという問題にほかならないことを考えていただきたい。

このような関係の中で、特に重要なのは虚数乗法論とよばれている理論で、これが議論された12日は、シムポジウムの山とでもいうべき日であった。虚数乗法論の特別な場合は、古く19世紀に研究され、現代の類体論の母胎となったものだが、それを一般の場合に拡張することは、長い間懸案の問題であったのである、ところがこの会議ではからずも、シカゴ大学のヴェイユ教授と、東京大学の2人の若い研究者とが、この問題に対し、それぞれ独立に、深い研究を発表し、この3人の結果を総合すれば、ほとんど完全な解決が得られることがわかるという、きわめて興味ある事態が起った。

そしてこの理論はさらに、解析的整数論とも深いつながりを持っていることが明らかとなり、今後の発展に対する一つの道標が打ち建てられたわけで、シムポジウムの大きな成

果の一つといえよう。この日は夜おそくまで、非公式の討論が続けられたので、翌13日には、ねむそうな顔をした出席者も少なくなかった。この13日には純粹の代数幾何学が問題にされたが、発表された研究の間にはあまり密接なつながりは見出されないように思われた。

全体を通じ、会議は終始緊張した空気に包まれていた。特にアルチン教授は底力のある声で鋭い質問をくりかえし、発表者もそのために、たじたじとなるという場合も見られた。

今度の会議で特に目立つものは、発表者の年齢の若いことである。全部で19人の発表者の中、約3分の1が20代で、35歳以上の人は半数以下であり、特に日本側の研究者は大部分20代であった。大体、数学という学問は、若い中でなければできないといわれているくらいだから、このこともそれほど、不思議ではないかもしれないが、特に日本でこのことが目立つのは、40歳前後の中堅で、経済的事情のために、アメリカの大学の教授になっている人が多いということにもよると思う。だが中堅の指導者のいないことがかえって若い人々の気持を刺激したことも見逃せない。例えば東京では、新数学会(略称S.S.S.)という、若手研究者及び学生の会が生まれ、自分たちだけの力で勉強を続けていこうと努力してきた。その成果が今度のシムポジウムにもあらわれ、日本側発表者のうち約半数までが、このS.S.S.に属する人々なのである。

とにかくも若い人々が多いために、会議の空気はきわめて活潑であった。来日した大予言者たちもなかなか気が若く、ヴェイユ教授などは会場で猫の鳴きまねをするなど、相当な茶目振りを発揮していた。ところでフランスでは、約20年程前、(当時の)若い数学者の集団ができ、ブルバキという名まえで、フランス数学の改革に力をつくしてきたのである。今度来日したヴェイユ、シュヴァレー、

セール教授などはこのブルバキの仲間なので、S.S.S.の運動に大いに同情的であった。ことに日光では S.S.S. とブルバキとは大いに語り合い、大いに暴れ廻って、会場外での収穫もきわめて多かったと思われる。

このような活潑さは、13日、全部の日程を終った夜のサヨナラ・パーティで、その頂点に達した。まず、シムポジウムを題にしての詩のコンテストが行われ、3篇の応募があった。各篇に予言者または予言ということばが出てきたのはいうまでもない。ついで余興に入ったが、ブルバキ派のフランスの歌、またドイツ人のアルチン、ブラウアー、ドイリング教授たちのローレライの合唱など、おそらく前代未聞のことではないかと思う。S.S.S.を中心にする日本の若手は、コンテストに応募したシムポジウムの歌を合唱した。参考までにその全文をご紹介します。(これは広

瀬中佐の歌の替え歌である)

驚くアルチン脅ゆるドイリング
暴れて廻るヴェイユの故に
黒板貫くシュヴァレーの叫び
定義はいずこ定理はいずや

室内限なくにらめる三たび
問えど答えずただせど知らず
ヴェイユは次第に闘志に溢れ
げきぜつよいよあたりにしげし

今はと予言にかくれるヴェイユ
飛び来る間にたちまちつまり
国際学会効果のうすき
予言者ヴェイユとその名残れど

こうして最後に、全員による螢の光の合唱のうち、シムポジウムの幕は静かにおろされたのである。(数学 月報 4, 1955年9月)

数学の歩み (月報) 第1巻

A. Weil をめぐって

A. Weil は、C. L. Siegel を除けば、恐らく世界第一の現役数学者であろう。シカゴ大学教授。彼は齒に衣を着せない。その批判は辛辣である。その公明な卒直さが広い視野、高い見識と相俟って Bourbaki の運動の一つの推進力となるのであろうが、温厚な大先生方には余り評判が宣しくない。然し、それを一概に排斥しないだけの自由な空気がなかったならば、数学は窒息してしまったであろう。

彼の視野の広さと見識の高さ、それは例えば「数学の将来」や、1950年の congress に於ける講演に見られる。時には、余りにも大きく飛躍し、余りにも大胆に推測し、ハッターではないかと思われる箇所もなくはない。然し、凡眼を以て、天才の思想を云々するのは危険であろう。

周知の通り、Bourbaki は、Weil を中心として、フランスに於る analysis の余りにも強固な伝統に反抗して生れた。然しその外見上の modernism の故に、彼等の持つ classic の素養の深さを見落してはなるまい。嘗て数学とは、抽象化であり、公理系であり、無矛盾の体系であると云われた時代があった。然し 30年代の陶酔から醒めた「現代」数学は此の形式的規定を甚だ不十分なものと感じている。無矛盾らしく見える抽象的体系の中で「意味」あるものは何か?

それは、classic な諸結果を抽象し統一し見通しよく再構成し得るものでなければならぬ。その構成と展開、それが現代数学の任務であると云われる。而も、一つの抽象的基盤の上のみに閉ち籠った分野は、スコラ化する

危険に曝される。(アメリカに於る一部の学派には、既にその徴候が見られる。) Bourbaki の仲間の伝統に培われた見識が此の危険を克服していることに注意せねばなるまい。

とにかくも、Weil は、此の意味で、現代数学を代表する。そこに、彼の秘密があり、又限界も見出される。

彼の思考は明晰判明であるが、その論文は表現は簡潔、援用手段は豊富、方法は強引、甚だ読みづらい。今その中から、最も興味ある二、三を取出して見よう。不定方程式の理論 (Thèse)、代数幾何に関する三部作、類体論と L -函数の理論……そこには、共通な著しい特徴があることに気付くであろう。彼は先づ classic な理論の中から、本質的なもの、その keystone を、鋭く見抜く。何が、如何に抽象され、一般化されるべきか？これが第一の問題である。次には、此の計画を実行に移さねばならぬ。そこには勿論、重大な障害が山積する。大抵の数学者は、そこで挫折するか、迂路を取る。然し彼は、始めの計画を変えない。障害を一つ一つ、強引に撰ち伏せる。此の腕力の強さと息の長さ、それが彼の第二の才能である。単なる抽象以上に出た彼の業績の深遠さは、此処に由来するのである。

だが、才人は万に走る。彼は余りにも多くのことに手を着けるため、一つの問題を十分

に深く追求しない恨みがある。彼の重要な諸結果が繊細さを欠くのも、之れに基くのであろう。

得られ、見通しより一般化は成し就げられた。然しただそれだけではないか？此れは現代数学そのものに対する疑問である。我々はいつまでも 19 世紀の脛を齧っているべきなのか？全く新しい分野、予期されぬ展開、幾つかの部門の形式的類似性を越えた深い関連、それ等は最早存在しないのであろうか？Weil の方法では此の新天地を開拓することは不可能なのである。然し、之れは、世紀の天才が、時を得て始めて為し得る様なものなのであろう。現代数学の枠の中に於てさえも、未だ為されねばならぬことが余りにも多い現在、それ以上を求めるのは当を得たものとは云えぬかも知れない。我々は寧ろ、第二、第三の Weil を必要とするのではなからうか。

さきに、Weil の腕力について述べた。彼より遙かに独創的な Siegel は、その点でも彼を凌駕する。独創的な深みに達するには、綺麗事が好きで腕力の弱い、我国の多くの数学者にとっては正に、項門の一針と云うべきであろう。(1号, 1953年7月)